Intelligente Systeme

Einführung

Prof. Dr. Rudolf Kruse   Georg Ruß
Christian Moewes

{kruse,russ,cmoewes}@iws.cs.uni-magdeburg.de

Arbeitsgruppe Computational Intelligence
Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Fakultät für Informatik
Otto-von-Guericke Universität Magdeburg

Fuzzy-Systeme

Motivation I

- Wir benutzen täglich vage, unscharfe und unsichere linguistische Ausdrücke:
  - "schnell", "groß", "ungefähr 12 Uhr", "alt", usw.
- alle komplexen menschlichen Aktionen und Entscheidungen beruhen auf solchen Konzepten:
  - Autofahren und Einparken
  - Finanzielle und wirtschaftliche Entscheidungen
  - Recht und Justiz
  - das Halten einer Vorlesung
  - das Zuhören in einer Vorlesung/Übung
- somit spielen diese Begriffe eine wichtige Rolle:
- Computer benötigen ein mathematisches Modell, um die dahinterliegende Semantik auszudrücken
- Klassische mathematische Konzepte sind dafür nur unzureichend geeignet

Lotfi A. Zadeh (1965)

"More often than not, the classes of objects encountered in the real physical world do not have precisely defined criteria of Zugehörigkeit. [...] Yet, the fact remains that such imprecisely defined "classes" play an important role in human thinking, particularly in the domains of pattern recognition, communication of information, and abstraction."

Lotfi Asker Zadeh (geboren 1921)

Vage Prädikate

Prädikate beschreiben *Eigenschaften* und werden durch *(Teil)Mengen* beschrieben. Manche Eigenschaften lassen sich aber schlecht durch klassisch-logische Prädikate beschreiben, da man kaum die Menge der Objekte, die diese Eigenschaft haben, scharf abgrenzen kann.

Beispiel: Wann ist eine Person *groß*? Wenn man z.B. Personen ab einer Körpergröße von 185 cm als groß bezeichnen würde, ist dann jemand mit einer Größe von 184,5 cm *klein*? Solche Prädikate bezeichnet man als *unscharfe* oder *vage* Prädikate.

Probleme:

- Wie lassen sich vage Prädikate repräsentieren?
- Wie läßt sich vages Wissen verarbeiten?

Wenn man zu einem kleinen Sandhaufen ein Sandkorn hinzufügt, bleibt es ein kleiner Sandhaufen
Ein Sandhaufen, der nur aus einem Sandkorn besteht, ist ein kleiner Sandhaufen.

Somit sind alle Sandhaufen kleine Sandhaufen.

- Das Paradox rührt von der binären Behandlung von *klein*
- der Wahrheitsgehalt von “der Sandhaufen ist klein” verringert sich Korn um Korn
- viele Worte beziehen sich auf kontinuierliche Skaleneinteilungen

Probleme

- Wie repräsentiert man unscharfe Implikationen?
- Warum gibt es Vagheit und Unschärfe in allen Sprachen?

Fuzzy-Mengen

Teilmengen A einer Menge X lassen sich auch durch ihre charakteristische Funktion $1_A : X \to \{0, 1\}$ beschreiben:

$$1_A(x) = \begin{cases} 1, & \text{wenn} x \in A \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

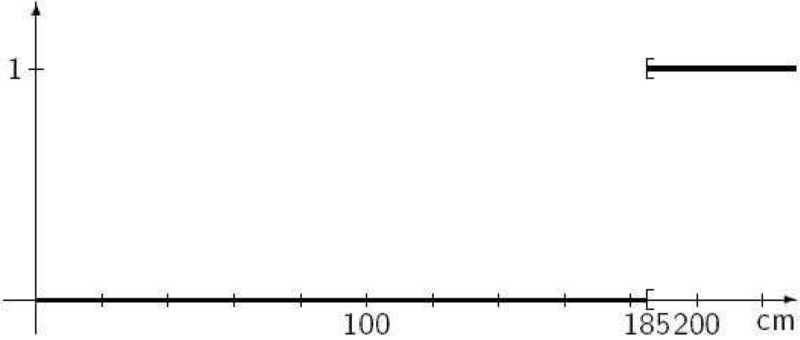
Sei X eine Menge (*Grundmenge*). Eine Fuzzy-Menge μ von X ist eine Abbildung

$$\mu : X \to [0, 1]$$

μ heißt normiert, wenn es ein $x \in X$ mit $\mu(x) = 1$ gibt. Die Menge aller Fuzzy-Mengen einer Menge X wird mit $F(X)$ bezeichnet.

Fuzzy-Mengen: Beispiel

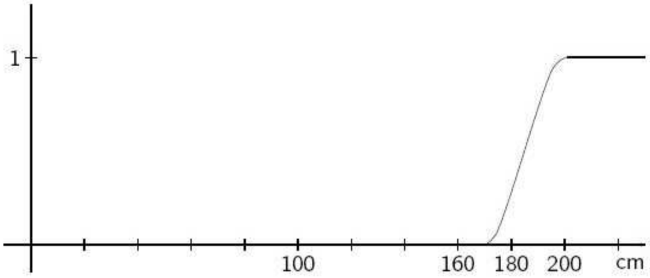
Fuzzy-Mengen – Beispiel 1/2



Die scharfe Menge $\mu_{\geq 185}$

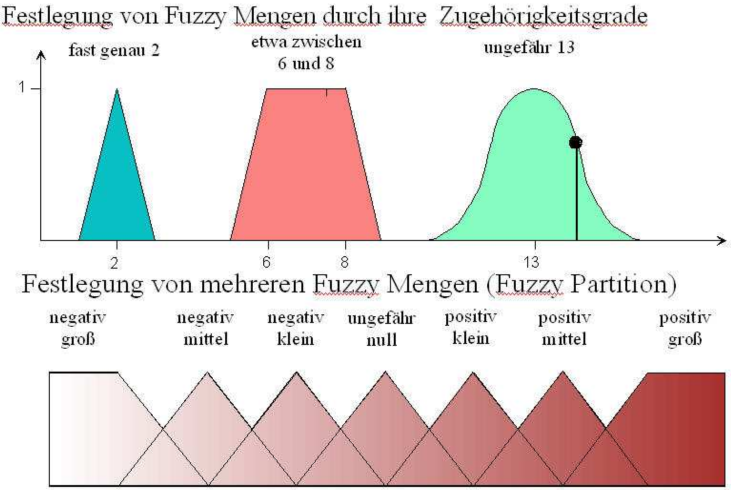
Fuzzy-Mengen: Beispiel

Fuzzy-Mengen – Beispiel 2/2



Die Fuzzy-Menge $\mu_{groß}$

Fuzzy-Mengen: Beispiel



Lotfi A. Zadeh (1965)
"A fuzzy set is a class with a continuum of membership grades."

- Fuzzy-(Teil)-Menge $M \subset X$ ist charakterisiert durch eine Zugehörigkeitsfunktion μ_M
- μ_M verbindet eine relle Zahl im Intervall $[0, 1]$ mit jedem Element $x \in X$
- der Wert von μ_M bei x stellt den *Grad der Zugehörigkeit* von x zu M dar
- die Fuzzy-Menge M ist daher als Abbildung wie folgt definiert:

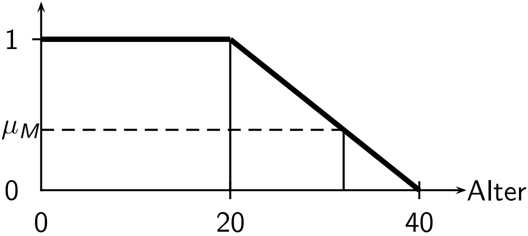
$$\mu_M : X \mapsto [0, 1]$$

- das die traditionelle charakteristische Funktion generalisiert...

$$\chi_M : X \mapsto \{0, 1\}$$

Zugehörigkeitsfunktionen II

- $\mu_M(u) = 1$ bedeutet volle Zugehörigkeit zu M
- $\mu_M(u) = 0$ drückt absolute Nicht-Zugehörigkeit zu M aus
- Mengen können als Spezialfall von Fuzzy-Mengen betrachtet werden, wobei
  - nur volle Zugehörigkeit und volle Nicht-Zugehörigkeit zugelassen sind
  - solche Mengen werden *scharfe Mengen* oder Boolesche Mengen genannt
- Zugehörigkeitsgrade $0 < \mu_M < 1$ geben *partielle Zugehörigkeit* an

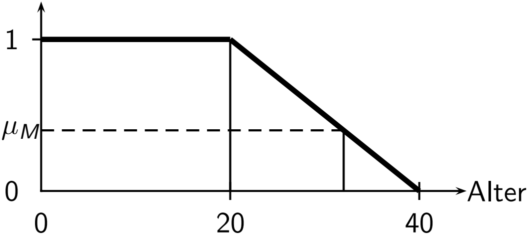


Repräsentation von *jung* in "ein junger Mensch "

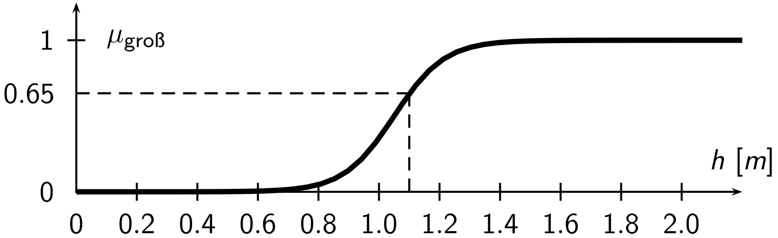
Zugehörigkeitsfunktionen III

- Zugehörigkeitsfunktion eines Wortes (so wie *jung*) hängt vom Kontext ab
  - ein junger Rentner ist sicherlich älter als ein junger Student
  - sogar der Begriff eines "jungen Studenten" hängt vom Betrachter ab
- Zugehörigkeitsgrade sind nur per Konvention festgelegt
  - Einheitsintervall als Bereich der Zugehörigkeitgrade ist beliebig gewählt
  - als natürlich empfunden, um die Zugehörigkeitsgrade von reellen Zahlen zu Fuzzy-Mengen zu modellieren
- Zugehörigkeitsgrade als Grad der Nähe zwischen x und Prototypen
  - Prototypen sind Elemente v von M mit $\mu_M(v) = 1$
- Zugehörigkeit sinkt, sobald Elemente weiter weg von den Prototypen sind

- wir betrachten erneut die Darstellung des Prädikats *jung*
- es gibt keine exakte Schwelle zwischen
  1. Prototypen von *jung* und
  2. Prototypen von *nicht jung*
- Fuzzy-Mengen bieten eine natürliche Schnittstelle zwischen linguistischen und numerischen Darstellungen



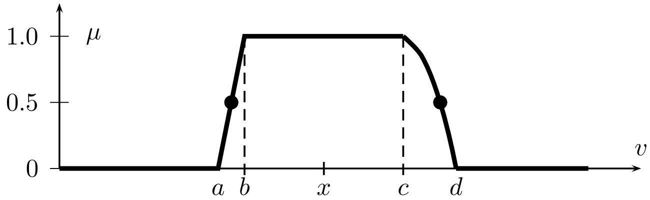
Darstellung von *jung* in “ein junger Mensch”



Zugehörigkeitsfunktion für $\mu_{\text{groß}}$

- 1,50m ist sicher groß, 0,70m ist sicher klein, *aber dazwischen?*
- vage Aussage *groß*, modelliert als sigmoide Funktion
- z.B. Größe von 1,10m hat einen Zugehörigkeitsgrad von 0,65
- die Größe von 1,10m erfüllt die Aussage *groß* zu 0,65

Geschwindigkeit einer rotierenden Festplatte

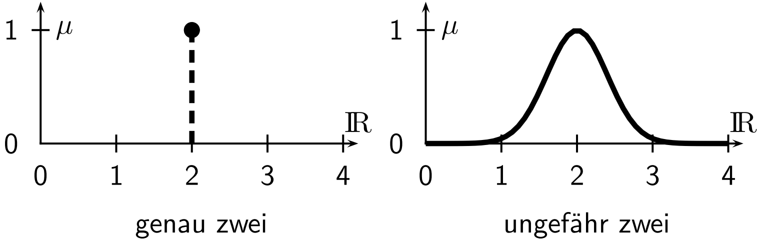


Fuzzymenge μ, die die Geschwindigkeit einer rotierenden Festplatte beschreibt

- Sei x die Geschwindigkeit v einer rotierenden Festplatte in Umdrehungen pro Minute
- Wenn keine Beobachtungen über x verfügbar sind, benutze Expertenwissen
  - "Es ist *unmöglich*, daß v unter a fällt oder d überschreitet."
  - "Es ist ziemlich sicher, daß irgendein Wert zwischen $[b, c]$ auftreten kann."
  - zusätzlich werden Werte von v mit dem Zugehörigkeitsgrad von 0,5

Fuzzy-Zahlen

Genau zwei und *ungefähr zwei*



- Exakter numerischer Wert hat Zugehörigkeitsgrad 1
- links: monoton wachsend, rechts: monoton fallend

$\Rightarrow$ unimodale Funktion

- Begriffe wie *ungefähr* werden mit einer Dreiecks- oder Gauß-Funktion modelliert

Eigenschaften Boolescher Algebren

B1	$A \cup A = A$	$A \cap A = A$
B2	$A \cup B = B \cup A$	$A \cap B = B \cap A$
B3	$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$	$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$
B4	$A \cup (A \cap B) = A$	$A \cap (A \cup B) = A$
B5	$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$	$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
B6	$A \cup \emptyset = A$	$A \cap X = A$
B7	$A \cup A^c = X$	$A \cap A^c = \emptyset$
B8	$(A^c)^c = A$	
B9	$(A \cup B)^c = A^c \cap B^c$	$(A \cap B)^c = A^c \cup B^c$

- B1 - B9 heißen *Idempotenz, Kommutativität, Assoziativität, Absorption, Distributivität, Identität, Komplement, Involution*, und De Morgan'sche Gesetze
- die Komplementfunktionsbedingung B7 wird üblicherweise wie folgt bezeichnet:
    - für Vereinigung *Satz vom ausgeschlossenen Dritten*, d.h. $A \cup A^c = X$
    - for Schnitt *Kontradiktion*, d.h. $A \cap A^c = \emptyset$

Operatoren für Fuzzy-Mengen

- betrachte Fuzzy-Mengen über X mit Zugehörigkeitswerten in $[0, 1]$
- die Erweiterung der klassischen mengentheoretischen Operationen ist nicht offensichtlich
- Annahme: erweiterte Operationen können punktweise definiert werden
- dann existieren drei Funktionen:
  1. $\mathsf{n} : [0, 1] \mapsto [0, 1]$
  2. $\top : [0, 1]^2 \mapsto [0, 1]$
  3. $\bot : [0, 1]^2 \mapsto [0, 1]$
- womit gilt:

$$\begin{aligned} A^c(x) &= \mathsf{n}(A(x)), \\ (A \cap_\top B)(x) &= \top(A(x), B(x)) \\ (A \cup_\bot B)(x) &= \bot(A(x), B(x)) \end{aligned}$$

- $A, B \in \mathcal{F}(X)$ (Mengen von Fuzzy-Teilmengen von X)
- wir benötigen passende Funktionsklassen $\mathsf{n}, \top, \bot$, die so viele der Eigenschaften B1-B9 wie möglich erhalten

Negation

- Sei X eine gegebene Menge und $A \in \mathcal{F}$
- A^c oder das *Komplement* von A ist punktweise definiert als $\mathsf{n} : [0,1] \mapsto [0,1]$

Definition

Eine Funktion $\mathsf{n} : [0,1] \mapsto [0,1]$, die die Bedingungen

$$\mathsf{n}(0) = 1, \quad \mathsf{n}(1) = 0$$

und

$$x, y \in [0,1],\ x \leq y \Longrightarrow \mathsf{n}(x) \geq \mathsf{n}(y) \quad (n \text{ ist nicht steigend})$$

erfüllt, heißt *Negation*.

Streng und starke Negationen

- weitere Eigenschaften können verlangt werden:
  1. $x, y \in [0, 1],\ x < y \Longrightarrow\ \mathsf{n}(x) > \mathsf{n}(y)$ (n ist streng monoton fallend)
  2. n ist kontinuierlich
  3. $\mathsf{n}(\mathsf{n}(x)) = x$ für alle $x \in [0, 1]$ (n ist Involutive)
- Nach diesen Kriterien lassen sich zwei Unterklassen von Negationen definieren

Definition

Eine Negation heißt *streng*, wenn sie streng monoton fallend und kontinuierlich ist. Eine strenge Negation heißt *stark*, wenn sie zusätzlich involutiv ist.

- z.B. strenge, aber nicht starke Negation $\mathsf{n}(x) = 1 - x^2 \Rightarrow$ nicht involutiv

Negations-Familien

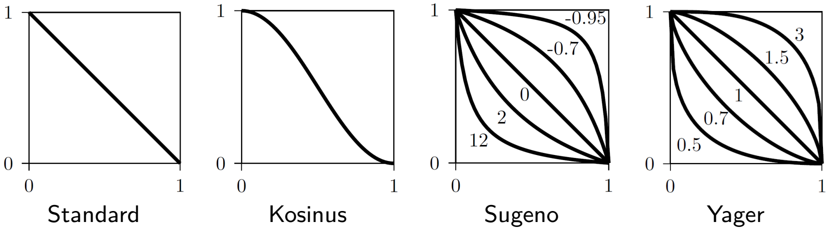
Standard-Negation: $\mathrm{n}(x) = 1 - a$

Schwellwert-Negation: $\mathrm{n}_\theta(x) = \begin{cases} 1 & \text{if } x \leq \theta \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$

Kosinus-Negation: $\mathrm{n}(x) = \frac{1}{2}\left(1 + \cos(\pi x)\right)$

Sugeno-Negation: $\mathrm{n}_\lambda(x) = \frac{1 - x}{1 + \lambda x}, \quad \lambda > -1$

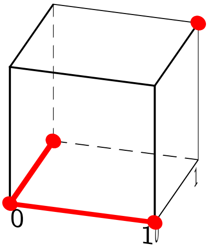
Yager-Negation: $\mathrm{n}_\lambda(x) = (1 - a^\lambda)^{\frac{1}{\lambda}}$



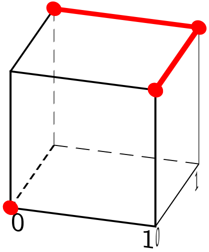
Klassischer Schnitt und Vereinigung

- klassischer Schnitt stellt die logische Konjunktion dar
- klassische Vereinigung stellt die logische Disjunktion dar
- Generalisierung von $\{0, 1\}$ zu $[0, 1]$ wie folgt:

$A \wedge B$	0	1
0	0	0
1	0	1



$A \vee B$	0	1
0	0	1
1	1	1



Fuzzy-Schnitt und Fuzzy-Vereinigung

- Seien A, B Fuzzy-Teilmengen von X
- Ihr *Schnitt* und ihre *Vereinigung* können punktweise definiert werden: $\top : [0, 1] \mapsto [0, 1]$ und $\perp : [0, 1] \mapsto [0, 1]$
- $(A \cap_\top B)(a) = \top(A(a), B(a))$ für alle $a \in X$
- $(A \cup_\perp B)(a) = \perp(A(a), B(a))$ für alle $a \in X$
- Fuzzy-Mengen lassen es nicht zu, alle Eigenschaften der Booleschen Algebra zu erhalten

Theorem

Annahme: A ist eine Fuzzy-Teilmenge von X und ihr Komplement ist als starke Negation definiert.

(a) *Falls das Gesetz des ausgeschlossenen Dritten $A \cup_\perp A^c = X$ gilt, dann ist die Vereinigung nicht länger idempotent (d.h., $A \cup_\perp A \neq A$).*

(b) *Falls das Gesetz der Kontradiktion $A \cap_\top A^c = \emptyset$ gilt, dann kann der Schnitt nicht idempotent sein (d.h., $A \cap_\top A \neq A$).*

T-Normen und T-Konormen

- für alle $x, y, z, u, v \in [0, 1]$ gelten die folgenden Gesetze:

Identität

T1: $\top(x, 1) = x \quad (A \cap X = A)$, **C1:** $\bot(x, 0) = x \quad (A \cup \emptyset = A)$.

Kommutativität

T2: $\top(x, y) = \top(y, x) \quad (A \cap B = B \cap A)$,
C2: $\bot(x, y) = \bot(y, x) \quad (A \cup B = B \cup A)$.

Assoziativität

T3: $\top(x, \top(y, z)) = \top(\top(x, y), z) \quad (A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C)$,
C3: $\bot(x, \bot(y, z)) = \bot(\bot(x, y), z) \quad (A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C)$.

Monotonie

$x \leq u,\ y \leq v$, **T4:** $\top(x, y) \leq \top(u, v)$, **C4:** $\bot(x, y) \leq \bot(u, v)$.

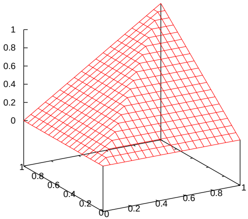
T-Normen und T-Konormen

- $\top$ ist eine *T-Norm (triangular norm)* $\iff$ $\top$ erfüllt Bedingungen T1-T4
- $\bot$ ist eine *T-Konorm (triangular conorm)* $\iff$ $\bot$ erfüllt Bedingungen C1-C4

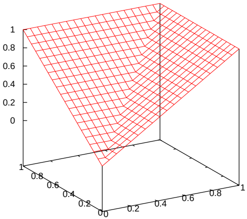
- Sowohl Identität als auch Monotonie implizieren jeweils:
  - $\top(0, x) = 0$ und $\bot(1, x) = 1$ für alle $x \in [0, 1]$
  - $\top(x, y) \leq \min(x, y)$ für beliebige T-Norm $\top$
  - $\bot(x, y) \geq \max(x, y)$ für beliebige T-Konorm $\bot$

Minimum und Maximum

- $\top_{\min}(x, y) = \min(x, y), \quad \bot_{\max}(x, y) = \max(x, y)$
- Minimum ist die größte T-Norm und Maximum ist schwächste T-Konorm
- $\top(x, y) \leq \min(x, y)$ und $\bot(x, y) \geq \max(x, y)$ für beliebige $\top$ und $\bot$



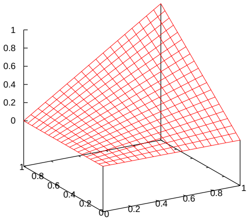
$\top_{\min}$



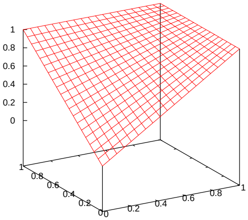
$\bot_{\max}$

Produkt und probabilistische Summe

- $\top_{\text{prod}}(x, y) = x \cdot y, \quad \perp_{\text{sum}}(x, y) = x + y - x \cdot y$
- (Hinweis: Produkt und "probabilistisch" haben hier nichts mit Wahrscheinlichkeitstheorie zu tun).



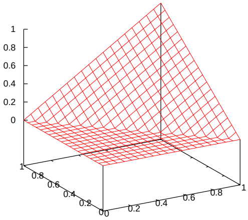
$\top_{\text{prod}}$



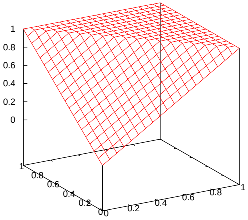
$\perp_{\text{sum}}$

Łukasiewicz: T-Norm and T-Konorm

- $\top_{\text{Łuka}}(x, y) = \max\{x + y - 1,\ 0\}, \quad \bot_{\text{Łuka}}(x, y) = \min\{x + y,\ 1\}$
- $\top_{\text{Łuka}}$ und $\bot_{\text{Łuka}}$ werden oft *beschränkte Differenz* und *beschränkte Summe*

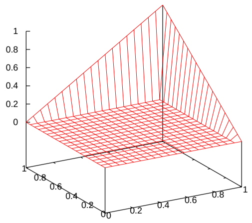


$\top_{\text{Łuka}}$

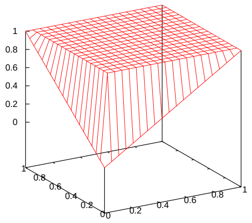


$\bot_{\text{Łuka}}$

- $\top_{-1}(x, y) = \begin{cases} \min(x, y) & \text{if } \max(x, y) = 1 \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$
- $\perp_{-1}(x, y) = \begin{cases} \max(x, y) & \text{if } \min(x, y) = 0 \\ 1 & \text{otherwise} \end{cases}$
- $\top_{-1}$ ist die schwächste T-Norm, $\perp_{-1}$ ist die stärkste T-Konorm
- $\top_{-1} \leq \top \leq \top_{\min}, \quad \perp_{\max} \leq \perp \leq \perp_{-1}$ für beliebige $\top$ und $\perp$

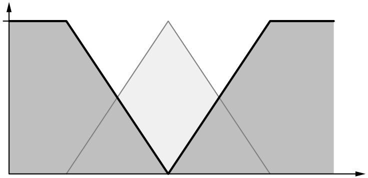


$\top_{-1}$

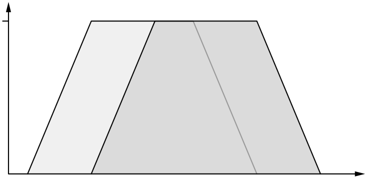


$\perp_{-1}$

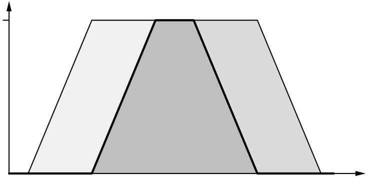
Beispiele für Operatoren über Fuzzy-Mengen



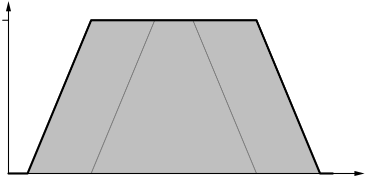
Fuzzy-Komplement



Zwei Fuzzy-Mengen

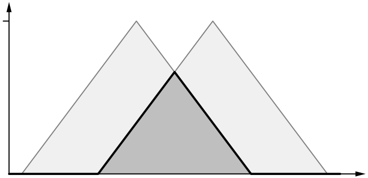


Fuzzy-Schnitt

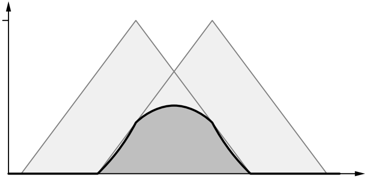


Fuzzy-Vereinigung

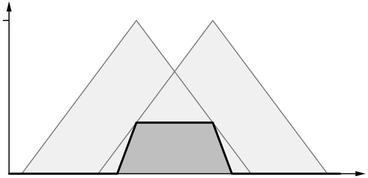
- Fuzzy-Schnitt (unten links) und Fuzzy-Vereinigung (unten rechts) basieren nicht auf T-Normen und T-Konormen



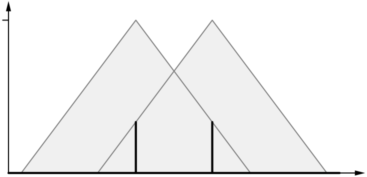
T-Norm $\top_{\mathsf{min}}$



T-Norm $\top_{\mathsf{prod}}$



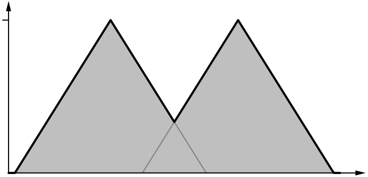
T-Norm $\top_{\mathsf{Łuka}}$



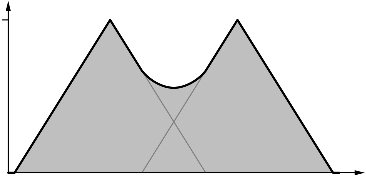
T-Norm $\top_{-1}$

- (Bemerkung: alle Fuzzy-Schnitte liegen innerhalb des Bereichs zwischen der oberen linken und der unteren rechten Grafik)

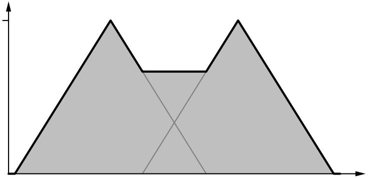
Beispiele für Fuzzy-Vereinigungen



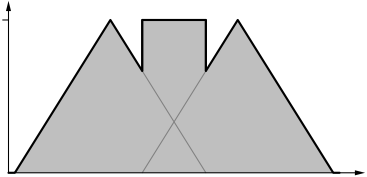
T-Konorm $\bot_{\max}$



T-Konorm $\bot_{\mathrm{sum}}$



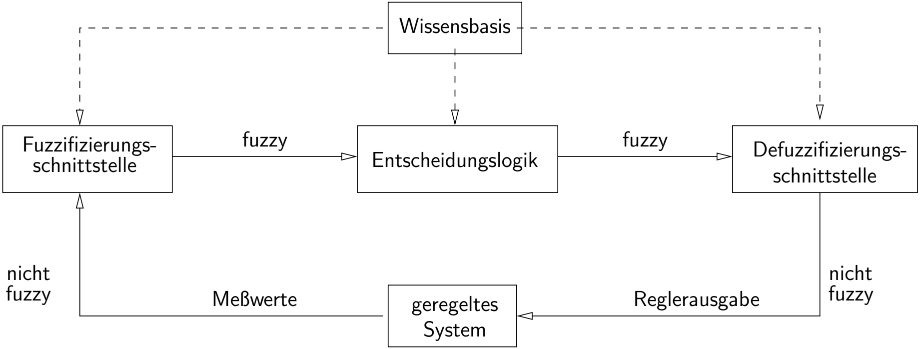
T-Konorm $\bot_{\text{Łuka}}$



T-Konorm $\bot_{-1}$

- (Bemerkung: alle Fuzzy-Vereinigungen liegen innerhalb des Bereichs zwischen der oberen linken und der unteren rechten Grafik)

Architektur eines Fuzzy-Reglers



- Die Wissensbasis enthält die Fuzzy-Regeln für die Steuerung und die Fuzzy-Partitionen der Wertebereiche der Variablen
- Eine Fuzzy-Regel lautet **if** X_1 **is** $A^{(}_{i_1}1)$ **and** ... **and** X_n **is** $A^{(}_{i_n}n)$ **then** Y **is** B.
  - $X_1, \ldots, X_n$ sind die Meßgrößen und Y ist die Stellgröße
  - $A^{(}_{i_k}k)$ und B sind linguistische Terme, denen Fuzzy-Mengen zugeordnet sind.

Fuzzy-Regelung nach Mamdani-Assilian

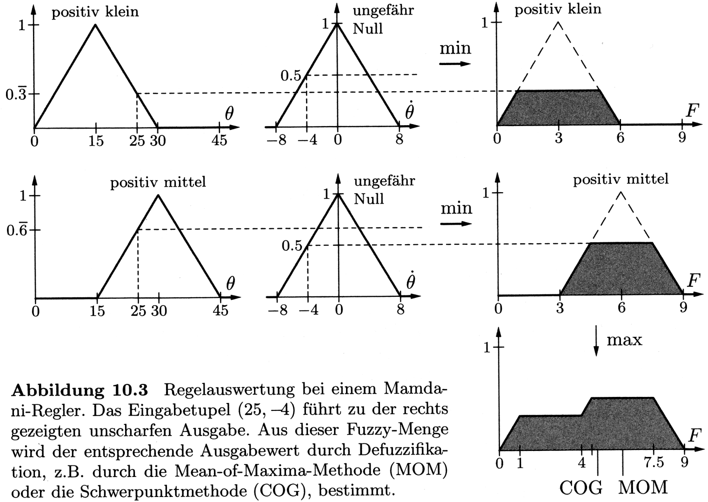
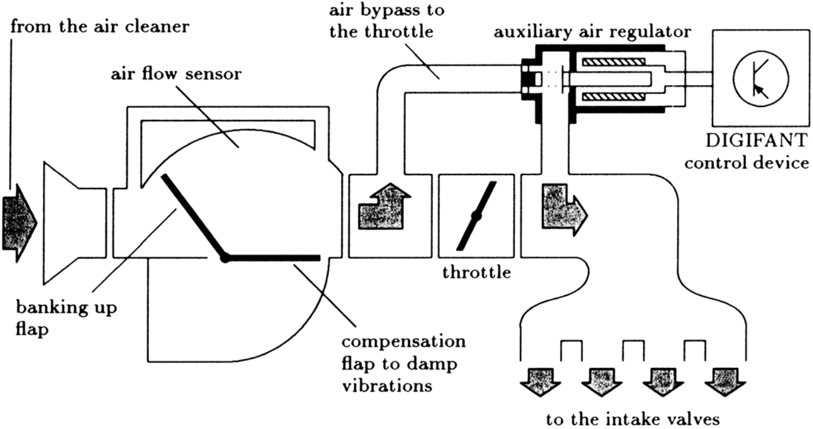


Abbildung 10.3 Regelauswertung bei einem Mamdani-Regler. Das Eingabetupel (25, –4) führt zu der rechts gezeigten unscharfen Ausgabe. Aus dieser Fuzzy-Menge wird der entsprechende Ausgabewert durch Defuzzifikation, z.B. durch die Mean-of-Maxima-Methode (MOM) oder die Schwerpunktmethode (COG), bestimmt.

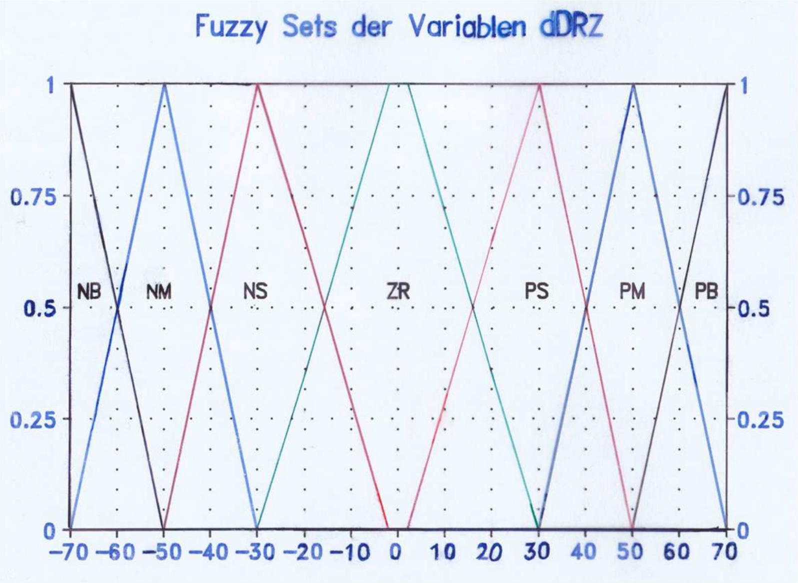
Abbildung: Fuzzy-Regelung, Bild aus [Borgelt et al., 2003]

Beispiel: Leerlaufdrehzahlregelung

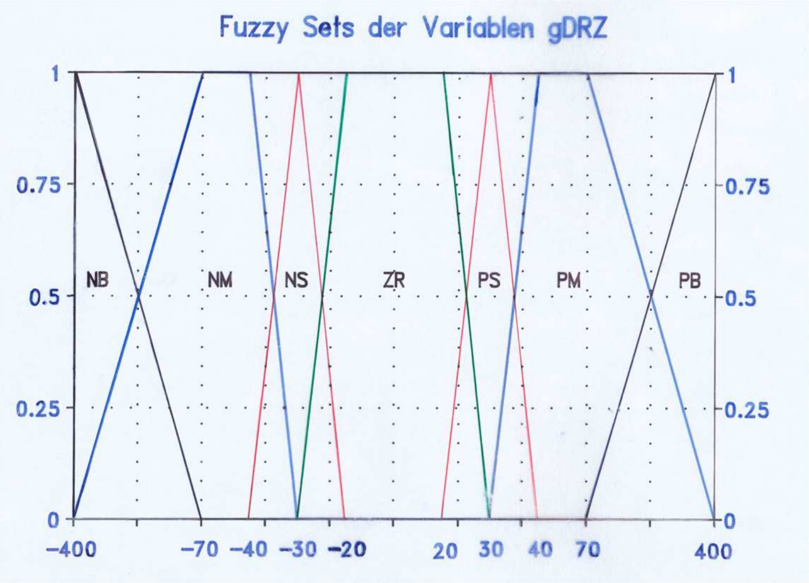
VW 2000cc 116-PS-Motor (Golf GTI)

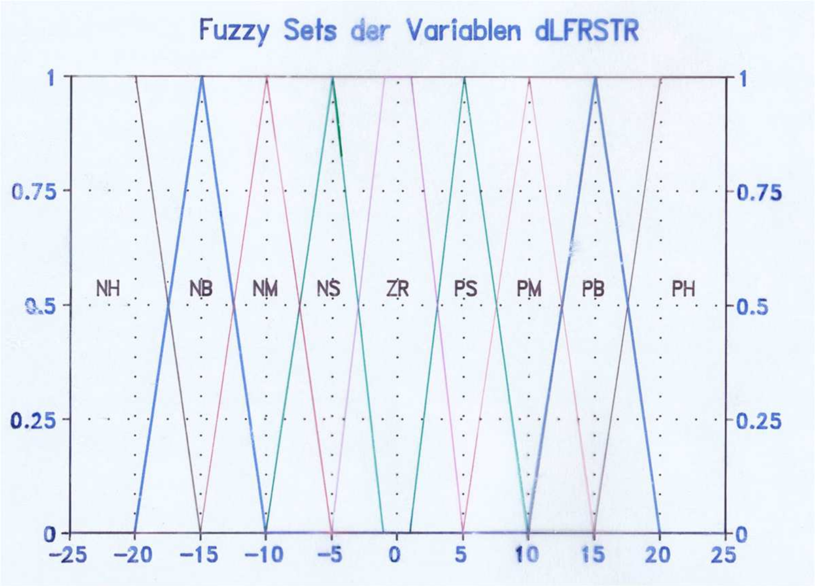


Fuzzy-Mengen I



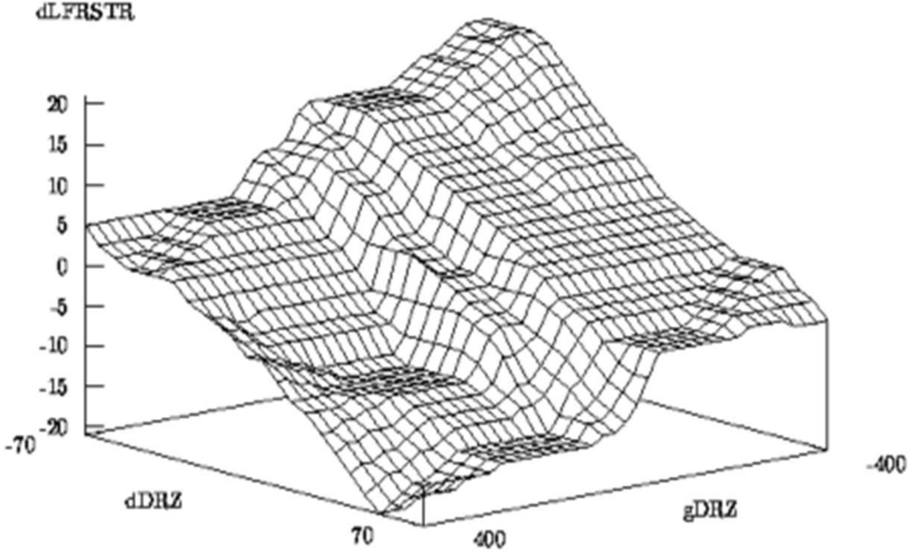
Fuzzy-Mengen II

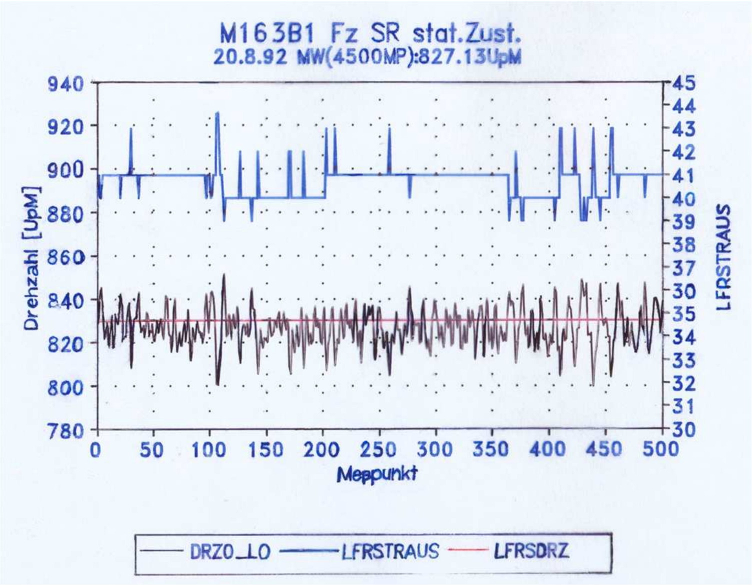


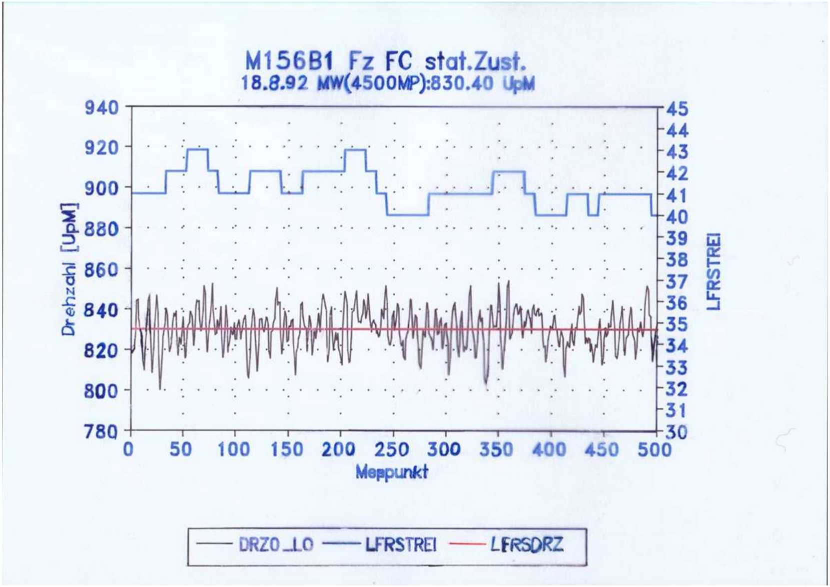

Fuzzy Sets der Variablen dLFRSTR
NH
NB
NM
NS
ZR
PS
PM
PB
PH
1
0.75
0.5
0.25
0
−25
−20
−15
−10
−5
0
5
10
15
20
25

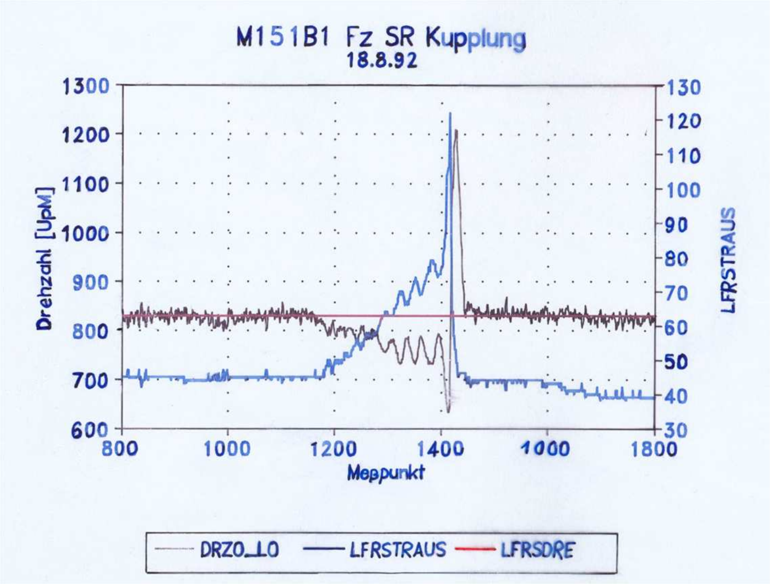
Falls die Abweichung von der gewünschten Drehzahl negativ klein **und** der Gradient negativ mittel sind,
dann sollte die Änderung des Stroms der Zusatzluft positiv mittel sein.

		gREV						
		nb	nm	ns	az	ps	pm	pb
	nb	ph	pb	pb	pm	pm	ps	ps
	nm	ph	pb	pm	pm	ps	ps	az
	ns	pb	pm	ps	ps	az	az	az
dREV	az	ps	ps	az	az	az	nm	ns
	ps	az	az	az	ns	ns	nm	nb
	pm	az	ns	ns	ns	nb	nb	nh
	pb	ns	ns	nm	nb	nb	nb	nh

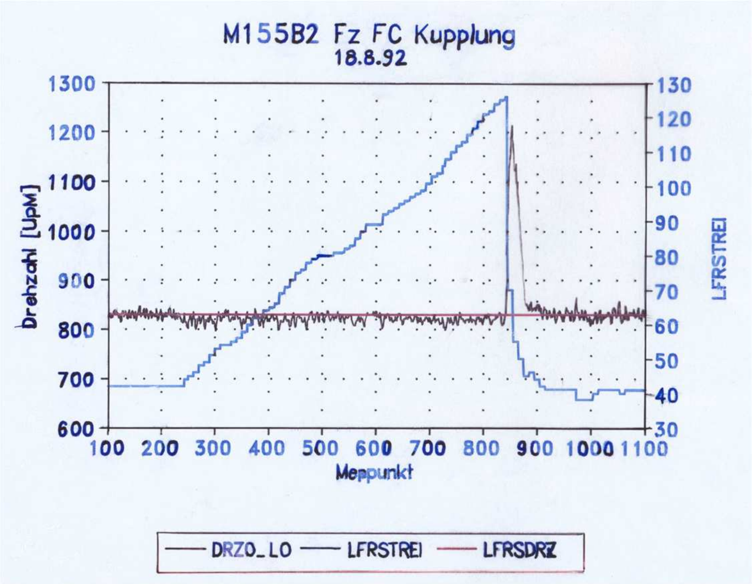

dLFRSTR
20
15
10
5
0
-5
-10
-15
-20
-70
dDRZ
70
400
gDRZ
-400


M163B1 Fz SR stat.Zust.
20.8.92 MW(4500MP):827.13UpM
Drehzahl [UpM]
940
920
900
880
860
840
820
800
780
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
Meppunkt
45
44
43
42
41
40
39
38
37
30
35
34
33
32
31
30
LFRSTRAUS
DRZO_LO
LFRSTRAUS
LFRSDRZ


M156B1 Fz FC stat.Zust.
18.8.92 MW(4500MP):830.40 UpM
940
920
900
880
860
840
820
800
780
Drehzahl [UpM]
45
44
43
42
41
40
39
38
37
36
35
34
33
32
31
30
LFRSTREI
0
50
100
150
200
250
300
350
400
450
500
Meppunkt
DRZO_LO
LFRSTREI
LFRSDRZ



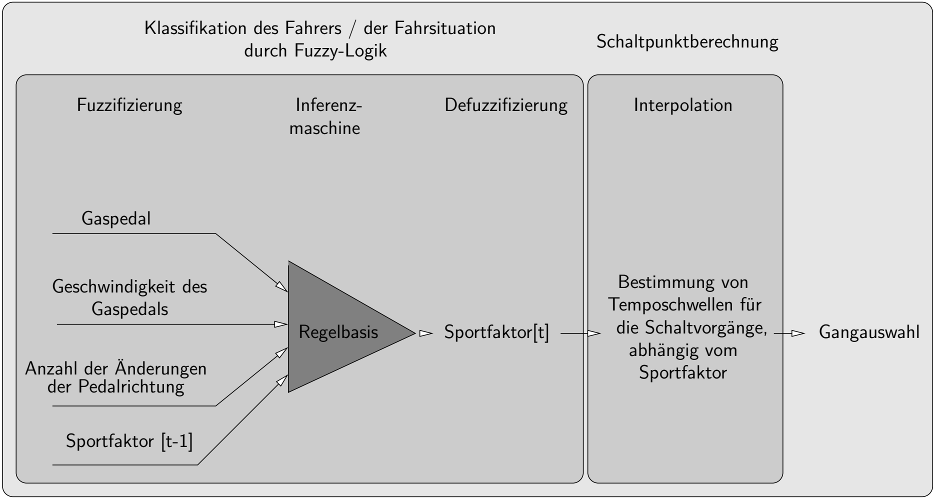
M151B1 Fz SR Kupplung
18.8.92
Drehzahl [UpM]
LFRSTRAUS
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
800
1000
1200
1400
1000
1800
Meßpunkt
DRZO_LO
LFRSTRAUS
LFRSDRE


M155B2 Fz FC Kupplung
18.8.92
1300
1200
1100
1000
900
800
700
600
Drehzahl [UpM]
130
120
110
100
90
80
70
60
50
40
30
LFRSTREI
100 200 300 400 500 600 700 800 900 1000 1100
Meppunkt
DRZO_LO
LFRSTREI
LFRSDRZ

Anwendung: Automatisches Getriebe

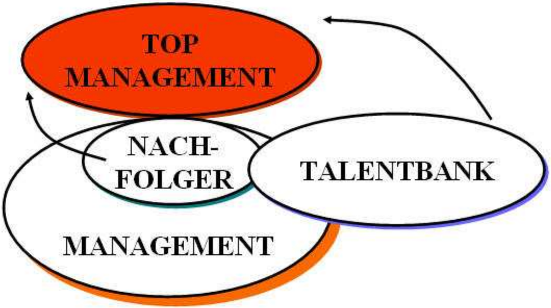
- VW-Getriebe mit zwei Modi (eco/sport), seit 1994 in Serie
- Forschungsziele seit 1991:
    - individuelle Anpassung der Einstellpunkte
    - keine zusätzlichen Sensoren
- Idee: das Auto "beobachtet" den Fahrer und klassifiziert ihn automatisch: ruhig, normal, sportlich (Sportfaktor), nervös (Beruhigung)
- Test-Auto:
    - verschiedene Fahrer, Klassifikation durch einen Passagier (Experte)
    - gleichzeitige Messung von: Geschwindigkeit, Position und Beschleunigung des Gaspedals, Kickdown, Lenkeinschlag, ...(insgesamt 14 Attribute)

Selbstanpassendes Schaltgetriebe im VW New Beetle



- Mamdani-Regler mit sieben Regeln
- Optimiertes Steuerprogramm
  - 24 Byte RAM
  - 702 Byte ROM
  - jeweils in der Steuereinheit (Digimat)
- Laufzeit 80ms: zwölfmal pro Sekunde wird ein neuer Sportfaktor errechnet
- In Serienfertigung seit 1996

Beispiel : Fuzzy Datenbank



Weitere Informationen finden sich bei Interesse u.a. in:
[Dubois and Prade, 2000, Höppner et al., 1999, Klir and Yuan, 1995, Kruse et al., 1994, Kruse et al., 1995, Michels et al., 2006, Nauck et al., 1997]

Literatur I

Borgelt, C., Klawonn, F., Kruse, R., and Nauck, D. (2003).
Neuro-Fuzzy-Systeme: Von den Grundlagen künstlicher Neuronaler Netze zur Kopplung mit Fuzzy-Systemen.
Vieweg, Wiesbaden, Germany, 3rd edition.

Dubois, D. and Prade, H., editors (2000).
Fundamentals of Fuzzy Sets.
Kluwer Academic Publishers, Boston, MA, USA.

Höppner, F., Klawonn, F., Kruse, R., and Runkler, T. (1999).
Fuzzy Cluster Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition.
John Wiley & Sons Ltd, New York, NY, USA.

Klir, G. and Yuan, B. (1995).
Fuzzy Sets and Fuzzy Logic: Theory and Applications.
Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ, USA.

Kruse, R., Gebhardt, J., and Klawonn, F. (1994).
Foundations of Fuzzy Systems.
John Wiley & Sons Ltd, Chichester, United Kingdom.

Kruse, R., Gebhardt, J., and Klawonn, F. (1995).
Fuzzy-Systeme.
Teubner, Stuttgart, Germany, 2nd edition.

Michels, K., Klawonn, F., Kruse, R., and Nürnberger, A. (2006).
Fuzzy Control: Fundamentals, Stability and Design of Fuzzy Controllers.
Springer, Berlin / Heidelberg, Germany.

Literatur II

Nauck, D., Klawonn, F., and Kruse, R. (1997).
Foundations of Neuro-Fuzzy Systems.
John Wiley & Sons Ltd, Chichester, United Kingdom.