

## 12. Übungsblatt

(zum 22., 23. bzw. 24.01.2013)

### Aufgabe 42      Resolutionsregel

Es seien  $p, q, r$  und  $s$  kontingente (d.h. nicht tautologische und nicht in sich widersprüchliche) Aussagen. Begründen Sie, warum für die Prämissen

a)  $p \vee q \vee r$  und  $\neg q \vee \neg r \vee s$  bzw.

b)  $p \vee \neg q \vee r$  und  $q \vee \neg r \vee s$

die Formel  $p \vee s$  nicht erschlossen werden kann. Das heißt, zeigen Sie, dass

$$\text{a) } \frac{p \vee q \vee r, \quad \neg q \vee \neg r \vee s}{p \vee s} \quad \text{bzw.} \quad \text{b) } \frac{p \vee \neg q \vee r, \quad q \vee \neg r \vee s}{p \vee s}$$

keine gültigen Schlussregeln sind. (Dazu genügt es *nicht* zu zeigen, dass  $p \vee s$  nicht mithilfe der Resolutionsregel erschlossen werden kann; denn die Resolutionsregel ist nicht vollständig.)

*Hinweis:* Untersuchen Sie die logischen Formeln, die den Schlussregeln mit den obigen Prämissen zugrunde liegen und prüfen Sie, ob es sich um Tautologien handelt.

### Aufgabe 43      Resolutionsregel

In der klassischen Logik kennt man nicht nur die Resolutionsregeln sondern auch eine Vielzahl anderer Schlussregeln. Die bekanntesten Beispiele sind

Modus Ponens	Modus Tollens	Modus Barbara
$p \rightarrow q$	$p \rightarrow q$	$p \rightarrow q$
$p$	$\neg q$	$q \rightarrow r$
<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>	<hr style="width: 100%;"/>
$q$	$\neg p$	$p \rightarrow r$

Warum kommt man trotzdem mit nur einer Schlussregel (eben der Resolutionsregel) aus? Oder anders ausgedrückt: Wie kann man die oben angegebenen Schlüsse auch mithilfe der Resolutionsregel ziehen? Was ist zusätzlich zur Resolutionsregel nötig?

### Aufgabe 44      Resolutionsregel

Gegeben seien die folgenden drei Aussagen:

1. Christian und Georg sind nicht gleich alt, wenn Matthias und Georg gleich alt sind.
2. Matthias ist älter als Georg, oder Matthias und Georg sind gleich alt.
3. Wenn Matthias älter als Georg ist, dann ist Georg älter als Pascal.

Zeigen Sie mithilfe von Widerspruchsbeweisen auf Grundlage der Resolutionsregel, ob aus diesen Aussagen die folgenden Aussagen zu schließen sind:

- a) Wenn Christian und Georg nicht gleich alt sind, dann ist Georg älter als Pascal.
- b) Wenn Georg nicht älter als Pascal ist, dann sind Christian und Georg nicht gleich alt.
- c) Wenn Georg älter als Pascal ist, dann sind Christian und Georg nicht gleich alt.
- d) Wenn Georg nicht älter als Pascal ist, dann ist Matthias nicht älter als Georg, oder Christian und Georg sind gleich alt.
- e) Wenn Georg nicht älter als Pascal ist, dann ist Matthias älter als Georg, oder Christian und Georg sind nicht gleich alt.

#### Aufgabe 45      Resolutionsregel

Die folgenden Formeln sind Instanzen von Axiomen, die manchmal zum Aufbau des Aussagenkalküls benutzt werden:

- a)  $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ ,
- b)  $(p \rightarrow (q \rightarrow r)) \rightarrow ((p \rightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow r))$ ,
- c)  $(q \rightarrow \neg p) \rightarrow ((q \rightarrow p) \rightarrow \neg q)$ .

Zeigen Sie durch Widerspruchsbeweise mithilfe der Resolutionsregel, dass alle drei Formeln Tautologien sind.