

## 8. Übungsblatt

(zum 06. bzw. 07.12.2011)

### Aufgabe 26 Mehrwertige Logiken

Betrachten Sie die  $n$ -wertigen Logiken  $L_n$  ( $n \geq 2$ ) mit den Wahrheitswerten

$$T_n = \left\{ 0 = \frac{0}{n-1}, \frac{1}{n-1}, \frac{2}{n-1}, \dots, \frac{n-2}{n-1}, \frac{n-1}{n-1} = 1 \right\}.$$

Die logischen Verknüpfungen in  $L_n$  seien wie folgt definiert:

$$\neg x \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1 & \text{wenn } x = 0, \\ 0 & \text{wenn } x > 0, \end{cases}$$

$$x \rightarrow y \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1 & \text{wenn } x \leq y, \\ y & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$x \wedge y \stackrel{\text{def}}{=} \min\{x, y\},$$

$$x \leftrightarrow y \stackrel{\text{def}}{=} \begin{cases} 1 & \text{wenn } x = y, \\ \min\{x, y\} & \text{sonst.} \end{cases}$$

$$x \vee y \stackrel{\text{def}}{=} \max\{x, y\},$$

Offensichtlich entspricht die Logik  $L_2$  mit den Wahrheitswerten  $T_2 = \{0, 1\}$  der klassischen, zweiwertigen Aussagenlogik.

- a) Berechnen Sie die Wahrheitswerte von folgendem logischen Ausdruck in der dreiwertigen Logik  $L_3$  für alle Kombinationen von  $T_3$  der logischen Variablen  $x, y, z$  in der Formel

$$(x \rightarrow y) \wedge (y \rightarrow z).$$

- b) Berechnen Sie in der vierwertigen Logik  $L_4$  die Wahrheitstabelle für die Formel  $x \leftrightarrow y$ .

### Aufgabe 27 Fuzzy-Logik

- a) Informieren Sie sich über das sogenannte „Sandhaufen-Paradoxon“ bzw. Sorites-Paradoxon. Beachten Sie dabei insbesondere die folgenden Fragestellungen:

- Zu welchem Zweck wird es im Kontext der klassischen Logik angeführt?
- Wo liegen die Probleme in der Modellierung des im Paradoxon enthaltenen und anderer natürlichsprachlicher Konzepte?
- Welche Möglichkeiten bietet die Einführung von Fuzzy-Logik in diesem Zusammenhang?

- b) Betrachten Sie die folgenden natürlichsprachlichen Ausdrücke:

- Das Auto fährt langsam/schnell.
- Der Güterzug ist kurz/lang.
- Das Wasser ist kalt / lauwarm / heiß.

Geben Sie anhand von Diagrammen mit von Ihnen selbst gewählten Skaleneinteilungen zu den jeweiligen Ausdrücken passende Fuzzy-Repräsentationen an.

### Aufgabe 28 Fuzzy-Regelung

Über der Grundmenge  $X = \{0, 1, \dots, 9, 10\}$  seien folgende zwei Fuzzy-Mengen bzgl. gemessener Spannung (in V) bzw. Lichtdichte (in  $\text{cd}/\text{m}^2$ ) einer Glühbirne gegeben:

- die mittlere Spannung

$$U_{\text{mittel}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{5} & \text{falls } 0 \leq x \leq 5, \\ \frac{1}{5}(10 - x) & \text{sonst,} \end{cases}$$

- und die mittlere Leuchtdichte

$$L_{\text{mittel}}(x) = \begin{cases} \frac{1}{4}(x - 3) & \text{falls } 3 \leq x \leq 7, \\ \frac{1}{2}(9 - x) & \text{falls } 7 \leq x \leq 9, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Zusätzlich ist die folgende Regel bekannt, die den Zusammenhang zwischen der an einer Glühbirne anliegenden Spannung und ihrer Helligkeit beschreibt:

**wenn**  $U$  ist mittel **dann**  $L$  ist mittel

Schließen Sie mithilfe der Auswertung eines Mamdani-Assilian-Reglers für folgende Beobachtungen

- $U$  ist mittel
- $U$  ist nicht mittel

auf die zugehörigen Helligkeiten der Glühbirne.

### Aufgabe 29 Fuzzy-Regelung

In der Mensa steht eine Zapfanlage, die aus einem Behälter besteht, in dem sich Wasser befindet, das mit Brause-Konzentrat versetzt wird. An dem Behälter sei ein stufenlos regelbarer Anschluss an eine Wasserleitung angebracht und ein Hahn, der zum Abzapfen der Brause dient.

Gerade zu Stoßzeiten ist der Behälter häufig leer, da viel Brause getrunken wird und das Personal nicht ständig die Zapfanlage im Auge behalten und ggf. nachfüllen kann. Die Abteilungsleiterin des Studentenwerks erkennt das Problem und beauftragt Sie, eine Lösung dafür zu finden. Wegen der stark variierenden Nachfrage an Brause entschließen Sie sich, einen Fuzzy-Regler zu entwerfen.

Hinweis: Sie können davon ausgehen, dass beim Auffüllen des Wassers automatisch eine adäquate Menge Brausekonzentrat nachgefüllt wird, und dass ein Quirl in der Zapfanlage die Bestandteile direkt vermischt.

- Identifizieren Sie alle linguistische Variablen und deren Werte.
- Geben Sie problemkonforme Fuzzy-Regeln an.