

## 7. Übungsblatt

(zum 29. bzw. 30.11.2010)

### Aufgabe 22 Ameisenkolonieoptimierung

- a) Zeigen Sie am Beispiel des Doppelbrückenexperiments, dass die Ameisen nicht den kürzesten Pfad finden, wenn Sie nur auf dem Hinweg zur Futterquelle *oder* auf dem Rückweg von der Futterquelle Pheromon ablegen!
- b) Zeigen Sie am Beispiel des Doppelbrückenexperiments, dass die Ameisen, wenn sie mit einem Gedächtnis ausgestattet werden, das es ihnen erlaubt, ihren Weg vom Nest zur Futterquelle zurückzuverfolgen (*backtrace*), auch dann den kürzesten Pfad finden, wenn Sie nur auf dem Rückweg Pheromon ablegen!

### Aufgabe 23 Glücksradauswahl

Jeder evolutionäre Algorithmus arbeitet mit einem Selektionsverfahren, das aus der sogenannten Zwischenpopulation<sup>1</sup> die Nachkommenschaft für die nächste Generation bestimmt. Das bekannteste Selektionsverfahren ist die Glücksradauswahl, bei der jeder Platz der Nachkommenschaft durch „Drehen eines Glücksrads“ ausgelost wird. Jedes Individuum der Zwischenpopulation erhält einen Sektor auf diesem Glücksrad. Die Flächen der Kreisausschnitte sind direkt proportional zur jeweiligen Fitness der Individuen aus der Zwischenpopulation. In dieser Aufgabe untersuchen wir dieses Verfahren durch Betrachtung von Wahrscheinlichkeiten.

- a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, mit der ein Individuum mit der relativen Fitness  $p$  in der nächsten Generation  $k$ -mal vertreten ist, wenn die Individuen der nächsten Generation durch Glücksradauswahl bestimmt werden!  
(Hinweis: Beachten Sie, dass die Wahrscheinlichkeit von der Populationsgröße  $|\text{popsize}|$  abhängt.)
- b) Wie ändert sich die Wahrscheinlichkeit in a), wenn es in der Population bereits  $m$  Kopien des Individuums gibt?
- c) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zahl der Nachkommen eines Individuums mit der relativen Fitness  $p$ !  
(Hinweis: Es ist nicht unbedingt günstig, von der Formel aus a) auszugehen, obwohl man natürlich auch auf diesem Wege zur Lösung gelangen kann.)
- d) Berechnen Sie Zahlenwerte für die Größen aus a) und c) für die relative Fitness  $p = 0.02$ , die Populationsgröße  $|\text{popsize}| = 100$ , und  $k = 0, 1, 2$  Nachkommen!

---

<sup>1</sup>Die Zwischenpopulation stellt die Menge der Individuen dar, die nach Rekombination und Variation der Elternindividuen entstanden sind.

**Aufgabe 24 Turnierauswahl**

Eine Alternative zur Glücksradauswahl ist die Turnierauswahl, bei der jeder Platz der Nachkommenschaft durch ein Turnier bestimmt wird, an dem mehrere Individuen der Zwischenpopulation teilnehmen. Der Turnierteilnehmer mit der besten Fitness gewinnt das Turnier und ist somit Teil der Nachkommenschaft.

- a) Geben Sie die Wahrscheinlichkeit an, mit der das beste Individuum einer Population in der nächsten Generation  $k$ -mal vertreten ist, wenn die Individuen der nächsten Generation durch Turnierauswahl bestimmt werden! (Die Turnierteilnehmer sollen durch Ziehen ohne Zurücklegen ausgewählt werden.)
- b) Bestimmen Sie analog die Wahrscheinlichkeit für das schlechteste Individuum!
- c) Wie ändern sich die Wahrscheinlichkeiten in a) und b), wenn die Turnierteilnehmer durch Ziehen mit Zurücklegen ausgewählt werden?
- d) Bestimmen Sie den Erwartungswert und die Varianz der Zahl der Nachkommen des besten Individuums!
- e) Berechnen Sie Zahlenwerte für die Größen aus a), b) und d) für die Populationsgröße  $|posize| = 100$ , die Turniergröße  $t = 2$  (Zweikampfauswahl) und  $k = 0, 1, 2$  Nachkommen!

(Hinweise: Beachten Sie in a) bis d), dass die zu bestimmenden Größen von der Populationsgröße  $|posize|$  und der Turniergröße  $t$  abhängen. Nehmen Sie vereinfachend an, dass die Individuen alle verschiedene Fitnesswerte haben.)

**Aufgabe 25 Blackjack**

Blackjack (auch als „17 und 4“ bekannt) ist ein Kartenspiel, das von einem Geber und einem Spieler gespielt wird<sup>2</sup>. Die Spielstrategie des Gebers ist von den Regeln des Spiels festgelegt. Nur der Spieler kann Entscheidungen treffen.

Ziel des Spielers ist es, eine Hand Karten zu bekommen, deren Wert 21 nicht übersteigt und näher an 21 liegt als der Wert der Hand des Gebers. Die Einzelkarten haben folgende Werte: Ass – 1 oder 11, Bildkarten – 10, Zahlenkarten – 2 bis 10 (der auf ihnen angegebene Zahlenwert). Die Farben (Kreuz, Pik, Herz, Karo) haben keine Bedeutung. Der Wert einer Hand ist die Summe der Werte der Einzelkarten. Das Ass hat den Wert 1 oder 11 je nachdem, mit welchem Wert der Wert der Hand näher an 21 liegt, ohne 21 zu überschreiten.

Zu Beginn des Spiels setzt der Spieler einen Einsatz. Dann teilt der Geber sich selbst und dem Spieler je zwei Karten aus. Wir gehen hier von der Variante aus, in der diese Karten offen ausgelegt werden (sogenanntes „shoe game“). Der Spieler kann nun entscheiden, ob er weitere Karten bekommen möchte. Steigt der Wert seiner Hand durch eine weitere Karte über 21, so hat er das Spiel und damit seinen Einsatz verloren.

Fordert er dagegen bei einem Stand von höchstens 21 keine weitere Karte mehr an, so vervollständigt der Geber seine Hand, jedoch nach festen Regeln. Der Geber muss solange eine

---

<sup>2</sup>In Casinos wird das Spiel auch mit mehreren Spielern gespielt, doch betreffen Spielzüge immer nur den Geber und einen Spieler, sodass wir uns auf einen Spieler beschränken können.

weitere Karte ziehen, wie der Wert seiner Hand unter 17 liegt und darf keine weitere Karte mehr ziehen, wenn der Wert seiner Hand 17 oder mehr beträgt (daher der Name „17 und 4“). Zur Ermittlung des Wertes seiner Hand muss er ein Ass als 11 zählen, wenn dies möglich ist, ohne dass der Wert seiner Hand 21 überschreitet.

Überschreitet der Wert der Hand des Gebers 21 oder ist der Wert der Hand des Spielers näher an 21 als der Wert der Hand des Gebers, so hat der Spieler gewonnen und erhält den verdoppelten Einsatz zurück. Anderenfalls verliert er seinen Einsatz<sup>3</sup>.

Geben Sie an, wie man mithilfe eines evolutionären Algorithmus eine möglichst gute Spielstrategie für Blackjack finden kann!

---

<sup>3</sup>Wir vernachlässigen hier einige Feinheiten, die beim Spiel in Casinos noch zu beachten sind, wie z.B. die um 50% erhöhte Auszahlung bei einem Gewinn mit einem Blackjack (genau 21 mit den ersten beiden Karten) sowie des Aufteilens von zwei gleichen Karten etc.