



Evolutionäre Algorithmen - Kapitel 15

Metaheuristiken

Prof. Dr. Rudolf Kruse

kruse@iws.cs.uni-magdeburg.de
Fakultät für Informatik
Otto-von-Guericke-Universität Magdeburg

9. Juni 2008

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Was sind Metaheuristiken?

- Problemspezifische Heuristiken
 - nur auf bestimmtes Optimierungsproblem anwendbar
- Metaheuristiken
 - ein Algorithmus zur näherungsweise Lösung eines kombinatorischen Optimierungsproblems
 - definieren abstrakte Folge von Schritten, die auf beliebige Problemstellung anwendbar sind
- einzelnen Schritte
 - müssen allerdings problemspezifisch implementiert werden

Einsatz von Metaheuristiken

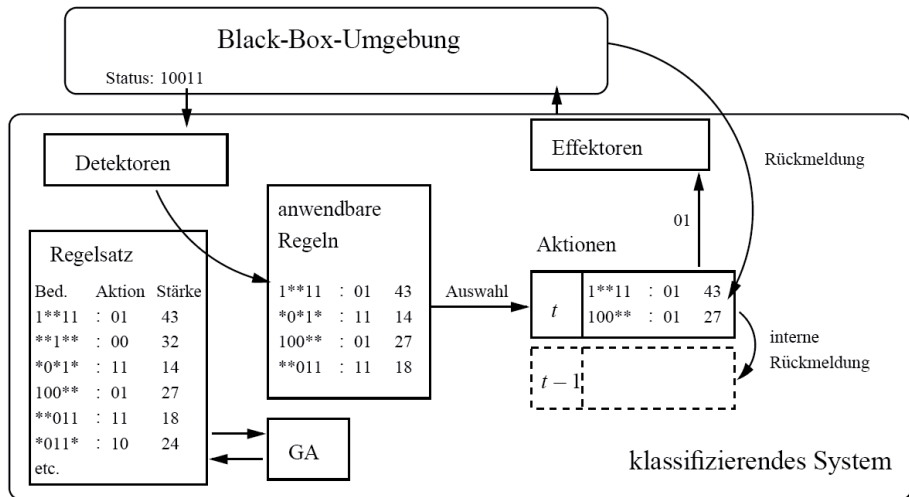
- Einsatz für Probleme,
 - wo kein effizienterer Lösungsalgorithmus bekannt (z.B. kombinatorische Optimierungsprobleme)
- Finden einer optimalen Lösung in der Regel nicht garantiert
- gute Lösungen können beliebig schlecht zu einer Optimallösung sein
- Erfolg und Laufzeit hängen ab von
 - Problemdefinition
 - Implementierung der einzelnen Schritte
- Genetische Algorithmen, schwarmbasierte Optimierungsverfahren sind somit auch Metaheuristiken

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Klassifizierende Systeme - Situation

- Technisches System soll geregelt werden
- Detektoren beobachten Zustand, Effektoren beeinflussen Zustand
- gelegentliche kommt Rückmeldung, wie gut System geregelt wird



Klassifizierende Systeme

Definition: Regeln

- Regel $\text{reg} = (\text{reg.b}, \text{reg.a}, \text{reg.s}) \in \text{Bedingung} \times \text{Aktion} \times \mathbb{R}$ mit
 - Bedingung $\text{reg.b} \in \text{Bedingung} = \{0, 1, *\}^l$
 - Aktion $\text{reg.a} \in \text{Aktion} = \{0, 1\}^m$
 - Stärke $\text{reg.s} \in \mathbb{R}$
- Regelsatz: $\text{regeln} \subset \text{Bedingung} \times \text{Aktion} \times \mathbb{R}$

Definition: Anwendbare Regeln

- Regel aus regeln ist anwendbar unter Statusmeldung $v \in \text{Status} = \{0, 1\}^l$, wenn die Bedingung passt.

$$\text{aktiv}(v) = \left\{ \text{reg} \in \text{regeln} \mid \bigwedge_{i=1}^l (\text{reg.b}_i \neq * \Rightarrow \text{reg.b}_i = v_i) \right\}$$

Klassifizierende Systeme

Definition: Auswahlwahrscheinlichkeit

- aktive Regeln $\text{aktiv}(v)$ liegen vor
- mögliche Reaktionen:
 $\text{aktion}(v) = \{\text{reg.a} \mid \text{reg} \in \text{aktiv}(v)\}$
- anwendbare Regeln für $x \in \text{aktion}(v)$:
 $\text{aktiv}'(v, x) = \{\text{reg} \in \text{aktiv} \mid \text{reg.a} = x\}$
- fitnessproportionale Auswahlwahrscheinlichkeit:

$$P[x|v] = \frac{\sum_{\text{reg} \in \text{aktiv}'(v,x)} \text{reg.s}}{\sum_{\text{reg} \in \text{aktiv}(v)} \text{reg.s}}$$

Klassifizierende Systeme

Definition: Modifikation der Stärke

- ausgeführte Regeln zur Zeit t : $\text{ausgef}^{(t)}$
- Rückmeldung vom System: $\text{rück} \in \mathbb{R}$
- Modifikation von $\text{reg} \in \text{ausgef}^{(t)}$:

$$\text{reg}.s \leftarrow (1 - \alpha) \cdot \text{reg}.s + \alpha \cdot \frac{\text{rück}}{\#\text{ausgef}^{(t)}}$$

- Modifikation von $\text{reg} \in \text{aktiv}(v) \setminus \text{ausgef}^{(t)}$:

$$\text{reg}.s \leftarrow (1 - \tau) \cdot \text{reg}.s$$

- Modifikation der letzten Regeln $\text{reg} \in \text{ausgef}^{(t-1)}$:

$$\text{reg}.s \leftarrow \text{reg}.s + \alpha \cdot \beta \cdot \frac{\sum_{\text{reg}' \in \text{ausgef}^{(t)}} \text{reg}' .s}{\#\text{ausgef}^{(t-1)}}$$

Klassifizierende Systeme

Rolle des Genetischen Algorithmus (GA)

- GA erzeugt neue Regeln im Regelsatz
- steady-state (nur zwei neue Individuen)
- mehrere Lernschritte wechseln mit einer „GA-Generation“
- Auswahl proportional zu Stärkewerten
- Crossover und Mutation, neue Stärke als Durchschnitt der elterlichen Stärke
- proportional zur inversen Stärke gewählter Individuen werden ersetzt

Paramter	Wertebereich
Populationsgröße	400-5000
Lernrate α	0.2
Dämpfungsfaktor β	0.71
Straffaktor τ	0.1

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Tabu-Suche

Grundlegendes

- lokales Sucheverfahren
- ähnelt dem Ablauf einer $(1, \lambda)$ -Evolutionsstrategie
- bei der Erzeugung neuer Individuen wird Geschichte berücksichtigt
- sogenannte *Tabu-Listen* verhindern Rückkehr zu gerade betrachteten Lösungskandidaten

Tabu-Suche

Technik

- Tabu-Liste: FIFO-Warteschlange fester Länge
- Einträge sind ganze Lösungskandidaten oder Aspekte
- Mutationen dürfen Tabu-Einträge nicht erzeugen
- meist
 - FIFO-Liste mit erstrebenswerten Eigenschaften können Tabu brechen
- auch möglich
 - neue beste Gesamtgüte bricht Tabu

Tabu-Suche

Beispiel

- Graphfärbung mit k Farben, sodass keine Kante zwischen gleich gefärbten Knoten ist
- $\Omega = \{1, \dots, k\}^n$
- minimiert wird $f(x) = \sum_{(v_i, v_j) \in E} \begin{cases} 1 & \text{falls } x_i = x_j \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$
- Mutation färbt v_i von c auf $d \Rightarrow$ Tabu-Eintrag (i, c)

Tabu-Suche

TABU-SUCHE(Zielfunktion F)

```
1   $t \leftarrow 0$ 
2   $A(t) \leftarrow$  erzeuge zufälligen Lösungskandidaten
3  bewerte  $A(t)$  durch  $F$ 
4  bestInd  $\leftarrow A(t)$ 
5  initialisiere Tabu-Liste
6  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
7  do  $P \leftarrow \{\}$ 
8     while  $\#P < \lambda$ 
9     do  $B \leftarrow$  MUTATION( $A(t)$ )
10      bewerte  $B$  durch  $F$ 
11      if  $(A(t), B) \notin$  Tabu-Liste oder  $B.F \succ$  bestInd. $F$ 
12      then  $P \leftarrow P \cup \{B\}$ 
13   $t \leftarrow t + 1$ 
14   $A(t) \leftarrow$  bestes Individuum aus  $P$ 
15  if  $A(t).F \succ$  bestInd. $F$ 
16  then bestInd  $\leftarrow A(t)$ 
17  Tabu-Liste  $\leftarrow$  aktualisiere durch  $(A(t-1), A(t))$ 
18 return bestInd
```

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

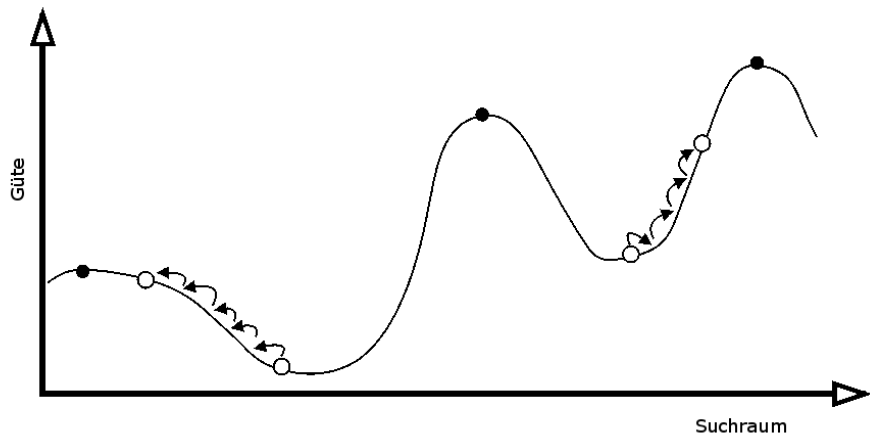
Memetische Algorithmen

Motivation und Grundidee

- populationsbasierte Algorithmen
 - Vorteil: breites Durchforsten des Suchraums
 - Nachteil: langsam
- lokale Suche
 - Vorteil: schnelle Optimierung
 - Nachteil: anfällig für lokale Optima
- Kombination beider Techniken
- Herkunft des Names
 - Richard Dawkins: „Meme“ sind Verhaltenselemente, die individuell erworben werden können (im Gegensatz zu Genen)
- konkretes Vorgehen
 - jedes neue Individuum wird sofort lokal optimiert
 - nur wenige Schritte oder
 - bis in das lokale Optimum

Memetische Algorithmen

Beispiel: SAGA



Genetischer Algorithmus mit Simulated Annealing

Memetische Algorithmen

MEMETISCHER-ALGORITHMUS (Bewertungsfunktion F)

- 1 $t \leftarrow 0$
- 2 $P(t) \leftarrow$ initialisiere Population der Größe μ
- 3 $P(t) \leftarrow$ LOKALE-SUCHE(F) für jedes Individuum in $P(t)$
- 4 bewerte $P(t)$ durch F
- 5 **while** Terminierungsbedingung nicht erfüllt
- 6 **do** $E \leftarrow$ selektiere Eltern für λ Nachkommen aus $P(t)$
- 7 $P' \leftarrow$ erzeuge Nachkommen durch Rekombination aus E
- 8 $P'' \leftarrow$ mutiere Individuen in P'
- 9 $P''' \leftarrow$ LOKALE-SUCHE(F) für jedes Individuum in P''
- 10 bewerte P''' durch F
- 11 $t \leftarrow t + 1$
- 12 $P(t) \leftarrow$ Umweltselektion auf P'''
- 13 **return** bestes Individuum aus $P(t)$

Memetische Algorithmen

Eigenschaften

- oft stark beschleunigte Optimierung
- aber: Suchdynamik kann entscheidend eingeschränkt werden
 - Mutation bleibt oft in breiten lokalen Optima
 - Rekombination hat beschränkte Ausgangssituation
 - Teile des Suchraums sind evtl. unerreichbar
- Arbeitsweise entspricht der Lamarckschen Evolution

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Populationsbasiertes inkrementelles Lernen

PBIL: Grundidee und Operatoren

- genetischer Algorithmus ohne Population
- stattdessen: nur Populationsstatistik speichern \Rightarrow bei $\mathcal{G} = \mathbb{B}^l$ für alle l Bits die Häufigkeit der „1“
- konkrete Individuen (z.B. für die Bewertung) werden zufällig gemäß der Häufigkeiten erzeugt
- Rekombination: uniformer Crossover \Rightarrow implizit bei der Erzeugung eines Individuums
- Selektion: Wahl des besten Individuums \Rightarrow zur Aktualisierung der Populationsstatistik $P_k^{(t)} \leftarrow B_k \cdot \alpha + P_k^{(t-1)}(1 - \alpha)$
- Mutation: Bit-Flipping \Rightarrow leichte zufällige Verschiebung der Populationsstatistik

Populationsbasiertes inkrementelles Lernen

PBIL(Bewertungsfunktion F)

```
1   $t \leftarrow 0$ 
2  bestInd  $\leftarrow$  erzeuge zufälliges Individuum aus  $\mathcal{G} = \mathbb{B}^l$ 
3   $P^{(t)} \leftarrow (0.5, \dots, 0.5) \in [0, 1]^l$ 
4  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
5  do  $P \leftarrow \{\}$ 
6     for  $i \leftarrow 1, \dots, \lambda$ 
7     do  $A \leftarrow$  erzeuge Individuum aus  $\mathbb{B}^l$  gemäß  $P^{(t)}$ 
8          $P \leftarrow P \circ \{B\}$ 
9     bewerte  $B$  durch  $F$ 
10     $\{B\} \leftarrow$  Selektion aus  $P$  mittels BESTEN-SELEKTION
11    if  $F(B) \succ F(\text{bestInd})$ 
12    then bestInd  $\leftarrow B$ 
13     $t \leftarrow t + 1$ 
14    for each  $k \in \{1, \dots, l\}$ 
15    do  $P_k^{(t)} \leftarrow B_k \cdot \alpha + P_k^{(t-1)}(1 - \alpha)$ 
16    for each  $k \in \{1, \dots, l\}$ 
17    do  $u \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U((0, 1])$ 
18        if  $u < p_m$ 
19        then  $u' \leftarrow$  wähle Zufallszahl gemäß  $U(\{0, 1\})$ 
20             $P_k^{(t)} \leftarrow u' \cdot \beta + P_k^{(t)}(1 - \beta)$ 
21 return bestInd
```

Populationsbasiertes inkrementelles Lernen

Lernrate α

- niedrig: betont Erforschung
- hoch: betont Feinabstimmung

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße λ	20-100
Lernrate α	0.05-0.2
Mutationsrate p_m	0.001-0.02
Mutationskonstante β	0.05

Populationsbasiertes inkrementelles Lernen

Probleme

- genetischer Algorithmus kann Abhängigkeit zwischen einzelnen Bits lernen
- PBIL betrachtet einzelnen Bits isoliert

Beispiel

Population 1					Population 2			
1	1	0	0	Individuum 1	1	0	1	0
1	1	0	0	Individuum 2	0	1	1	0
0	0	1	1	Individuum 3	0	1	0	1
0	0	1	1	Individuum 4	1	0	0	1
0.5	0.5	0.5	0.5	Populationsstatistik	0.5	0.5	0.5	0.5

Alternative Verfahren

- bessere Techniken zur Schätzung der Verteilung guter Lösungskandidaten
- insbesondere: interne Abhängigkeiten modellieren (z.B. durch Bayes'sche Netze)
- Beispiel: BOA etc.

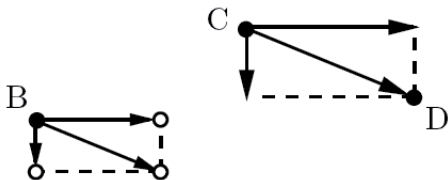
Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Differentialevolution

Idee

- ähnlich zur Evolutionsstrategie
- keine Anpassung der Schrittweite in A.S
- sondern: Relation der Individuen in der Population wird als Grundlage für Schrittweite herangezogen



Differentialevolution

DE-OPERATOR(Individuen A, B, C, D)

- 1 index \leftarrow wähle Zufallszahl gemäß $U(\{1, \dots, l\})$
- 2 **for each** $i \in \{1, \dots, l\}$
- 3 **do** $u \leftarrow$ wähle Zufallszahl gemäß $U([0, 1))$
- 4 **if** $u \leq \tau$ **or** $i = \text{index}$
- 5 **then** $A'_i \leftarrow B'_i + (C_i - D_i) \cdot \alpha$
- 6 **else** $A'_i \leftarrow A_i$
- 7 **return** A'

Differentialevolution

Details

- DE-Operator: Kombination aus Rekombination und Mutation
- Selektion: ein neues Individuum ersetzt Elternindividuum genau dann, wenn es besser ist

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße μ	10-100, $10 \cdot n$
Wichtung der Rekombination τ	0.7-0.9
Skalierungsfaktor α	0.5-1.0

Differentialevolution

DIFFERENTIALEVOLUTION(Bewertungsfunktion F)

```
1   $t \leftarrow 0$ 
2   $P(t) \leftarrow$  erzeuge Population der Größe  $\mu$ 
3  bewerte  $P(t)$  durch  $F$ 
4  while Terminierungsbedingung nicht erfüllt
5  do  $P(t+1) \leftarrow \{\}$ 
6     for  $i \leftarrow 1, \dots, \mu$ 
7     do repeat  $A, B, C, D \leftarrow$  selektiere Eltern uniform zufällig aus  $P(t)$ 
8     until  $A, B, C, D$  paarweise verschieden
9      $A' \leftarrow$  DE-OPERATOR( $A, B, C, D$ )
10    bewerte  $A'$  durch  $F$ 
11    if  $F(A') \succ F(A)$ 
12    then  $P(t+1) \leftarrow P(t+1) \circ \{A'\}$ 
13    else  $P(t+1) \leftarrow P(t+1) \circ \{A\}$ 
14     $t \leftarrow t+1$ 
15  return bestes Individuum aus  $P(t)$ 
```

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Scatter Search

Zutaten

- Population mit Lösungskandidaten
- Variationsoperatoren
- Selektionsdruck
- zusätzlich: lokale Suche

Aber...

- ein deterministisches Verfahren!
- weiträumige Erforschung des Suchraums:
 - breite Initialisierung
 - systematische Erzeugung neuer Individuen

Scatter Search

Ablauf

- iterierter Ablauf durch zwei Phasen
 - Erzeugen neuer Individuen und Auswahl derjenigen, die die größte Vielfalt garantieren
 - Rekombination aller „Paarungen“ der gewählten Individuen
 - Selektion der Besten und Iteration bis sich nichts mehr ändert

Beispiel

- reellwertige Problemräume mit $\mathcal{G} = \Omega = \mathbb{R}^n$

Scatter Search

Phase 1

- Diversitätsgenerator erzeugt μ Individuen in P
- Beispiel:
 - pro Suchraumdimension Wertebereich in vier Partitionen
 - Häufigkeit der erzeugten Individuen pro Partition merken
 - Partition invers proportional auswählen
- separat: Population der besten α Individuen
 - wird um die β Individuen aus P erweitert, die $\min_{B \in \text{best}P} d(A.G, B.G)$ maximieren ($A \in P$)

Scatter Search

Phase 2

- Teilmengengenerator wählt Individuen aus Menge der Besten aus
- Beispiel: (hier sehr einfach) alle möglichen Paare
- Kombinationsoperator anwenden (Beispiel: arithmetischer Crossover mit $U\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right)$)
- anschließend: lokal optimieren
- wenn alle erzeugt: Wahl der $\alpha + \beta$ Besten
- iterieren solange sich Menge der Besten ändert
- dann: α Besten für nächste Phase 1

Scatter Search

SCATTER-SEARCH(Bewertungsfunktion F)

```
1  bestP = {}
2  P = {}
3  for  $t \leftarrow 1, \dots, \text{maxIter}$ 
4  do while  $\#P < \mu$ 
5  do A  $\leftarrow$  erzeuge ein Individuum mit Diversitätsgenerator
6  A  $\leftarrow$  LOKALE-SUCHE( $F$ ) angewandt auf A
7  bewerte A durch  $F$ 
8  if  $A \notin P \circ \text{bestP}$ 
9  then  $P \leftarrow P \circ \{A\}$ 
10 if  $t = 1$ 
11 then bestP  $\leftarrow$  selektiere  $\alpha$  Individuen aus  $P$  mit BESTEN-SELEKTION
12 P  $\leftarrow$  streiche Individuum A in  $P$ 
13 for  $k \leftarrow 1, \dots, \beta$ 
14 do A  $\leftarrow$  dasjenige Individuum aus  $P$ , das  $\min_{B \in \text{bestP}} d(A.G, B.G)$  maximiert
15 P  $\leftarrow$  streiche Individuum A in  $P$ 
16 bestP  $\leftarrow$  bestP  $\circ \{A\}$ 
17 repeat  $P' \leftarrow \{\}$ 
18 Mengen  $\leftarrow$  erzeuge Teilmengen von bestP durch Teilmengenoperator
19 for each  $M \in$  Mengen
20 do A  $\leftarrow$  wende Kombinationsoperator auf  $M$  an
21 A  $\leftarrow$  LOKALE-SUCHE( $F$ ) angewandt auf A
22 bewerte A durch  $F$ 
23 if  $A \notin \text{bestP} \circ P'$ 
24 then  $P' \leftarrow P' \circ \{A\}$ 
25 bestP  $\leftarrow$  selektiere  $\alpha + \beta$  Ind. aus bestP  $\circ P'$  mit BESTEN-SELEKTION
26 until bestP hat sich nicht geändert
27 bestP  $\leftarrow$  selektiere  $\alpha$  Individuen aus  $P$  mit BESTEN-SELEKTION
28 return bestP
```

Scatter Search

Empfohlene Parameter

Parameter	Wertebereich
Populationsgröße μ	50-150
Anzahl der besten Individuen α	5-20
Erweiterung der besten Individuen β	5-20

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Kulturelle Algorithmen

Motivation

- weitere Informationsspeicher zusätzlich zur genetischen Ebene
- Kultur bestimmt auf Werten gestütztes Verhalten
- Ebene der Kultur wird in EAs eingeführt

Kollektives kulturelles Wissen

- Speicher: Überzeugungsraum (engl. *belief space*)
- wird durch die besten Individuen einer Generation modifiziert
- situatives und normatives Wissen

Kulturelle Algorithmen

CULTURAL-ALGORITHMUS (Bewertungsfunktion F)

- 1 $t \leftarrow 0$
- 2 $P(t) \leftarrow$ initialisiere Population
- 3 $\mathcal{BS}(t) \leftarrow$ initialisiere Überzeugungsraum
- 4 bewerte $P(t)$ durch F
- 5 **while** Terminierungsbedingung nicht erfüllt
- 6 **do** $P' \leftarrow$ bestimme wichtige Individuen aus $P(t)$
- 7 $\mathcal{BS}(t+1) \leftarrow \mathcal{BS}(t)$ wird durch P' angepasst
- 8 $P'' \leftarrow$ erzeuge Nachkommen von $P(t)$ auf Basis von $\mathcal{BS}(t+1)$
- 9 bewerte $P(t)$ durch F
- 10 $t \leftarrow t+1$
- 11 $P(t) \leftarrow$ Selektion aus $P'(\circ P(t-1))$
- 12 **return** bestes Individuum aus $P(t)$

Kulturelle Algorithmen

Situatives Wissen

- für $\Omega = \mathbb{R}^n$: letzten beiden besten Individuen
- Mutation soll sich ggf. in diese Richtung orientieren

Normatives Wissen

- für $\Omega = \mathbb{R}^n$: Ober- und Untergrenze pro Dimension
- größter/kleinster Wert der 20% besten Individuen der letzten Generation ermitteln
- immer: Vergrößerung akzeptieren
- nur bei besserem Gütwert des entsprechenden „Grenzindividuum“: Verkleinerung akzeptieren

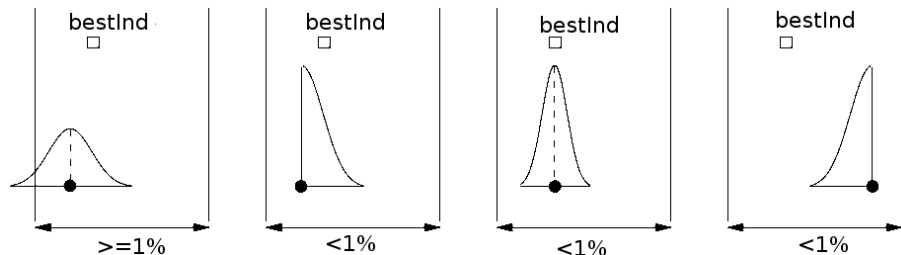
Kulturelle Algorithmen

Stabile Suchraumdimensionen

- wenn Bereich auf $< 1\%$ eingeschränkt und
- letzte beste Individuen innerhalb

Mutation

- falls stabil: am besten Individuum orientieren
- sonst: selbstangepasste Schrittweite



Kulturelle Algorithmen

CA-MUTATION(Individuum A)

- 1 $u' \leftarrow$ wähle zufällig gemäß $\mathcal{N}(0, 1)$
- 2 **for each** $i \in \{1, \dots, l\}$
- 3 **do** $u''_i \leftarrow$ wähle zufällig gemäß $\mathcal{N}(0, 1)$
- 4 $B.S_i \leftarrow A.S_i \cdot \exp\left(\frac{1}{\sqrt{2l}} \cdot u' + \frac{1}{\sqrt{2\sqrt{l}}} \cdot u''_i\right)$
- 5 $u \leftarrow$ wähle zufällig gemäß $\mathcal{N}(0, B.S_i)$
- 6 **if** \mathcal{BS} ist stabil für Dimension i
- 7 **then switch**
- 8 **case** $A.G_i < \text{BestInd}.G_i$: $B.G_i \leftarrow A.G_i + |u|$
- 9 **case** $A.G_i > \text{BestInd}.G_i$: $B.G_i \leftarrow A.G_i - |u|$
- 10 **case** $A.G_i = \text{BestInd}.G_i$: $B.G_i \leftarrow A.G_i + \frac{u}{2}$
- 11 **else** $B.G_i \leftarrow A.G_i + u$
- 12 $B.G_i \leftarrow \max\{u_{g_i}, \min\{o_{g_i}, B.G_i\}\}$
- 13 **return** B

Überblick

- 1 Was sind Metaheuristiken?
- 2 Klassifizierende Systeme
- 3 Tabu-Suche
- 4 Memetische Algorithmen
- 5 Populationsbasiertes inkrementelles Lernen
- 6 Differentialevolution
- 7 Scatter Search
- 8 Kulturelle Algorithmen
- 9 Zusammenfassung

Genetischer Algorithmus

Repräsentation: (klassisch) \mathbb{B}^l mit fester Länge l (auch \mathbb{R}^l und \mathcal{S}_n , Dekodierung)

Mutation: Bitflipping, gleichverteilte reellwertige Mutation, spezielle Permutationsoperatoren

Rekombination: k -Punkt- und uniformer Crossover, arithmetischer Crossover, Ordnungsrekombination

Selektion: Elternselektion, fitnessproportional oder Turnierselektion

Population: mittelgroße Populationen

Besonderheiten: theoretische Grundlage durch Schema-Theorem

Evolutionsstrategie

Repräsentation: \mathbb{R}^l , meist gilt Genotyp = Phänotyp, zusätzliche Strategieparameter

Mutation: Gauß-Mutation, erst Mutation der Strategieparameter

Rekombination: anfangs keine, später arithmetischer und uniformer Crossover, auch globale Varianten, anderer Operator auf Strategieparametern

Selektion: gleichverteilt (Eltern), Komma- bzw. Plus-Selektion (Kinder)

Population: eher kleine Populationen, manchmal $\mu = 1$

Besonderheiten: Selbstadaption für Schrittweiten

Evolutionäres Programmieren

Repräsentation: anfangs endlicher Automat, später \mathbb{R}^l mit Strategieparametern

Mutation: Modifikation der Zustände und Übergänge in Automaten, Gauß-Mutation, gleichzeitige Mutation der Strategieparameter

Rekombination: keine

Selektion: anfangs Plus-Selektion, später 2-fache q -stufige Turnierselektion aus Eltern und Kindern

Population: mittelgroße Populationen

Besonderheiten: es gilt $\mu = \lambda$, Selbstadaptation

Genetisches Programmieren

Repräsentation: Bäume aber auch lineare Darstellung variabler Länge

Mutation: internes Umhängen oder Modifikation von Teilbäumen

Rekombination: Austausch von Teilbäumen

Selektion: verschiedene (meist wie genetischer Algorithmus)

Population: sehr große Populationen

Besonderheiten: oft nur ein Operator auf ein Individuum, spezielle Initialisierung, Methoden zur Vermeidung von Introns

Lokale Suche

Repräsentation: beliebig

Mutation: beliebig

Rekombination: keine

Selektion: Verbesserungen immer, Verschlechterungen mit gewisser Wahrscheinlichkeit

Population: ein Individuum

Besonderheiten: zu frühe Konvergenz ist zentrales Problem

Klassifizierendes System

Repräsentation: Regel oder Menge an Regeln, k -är kodiert

Mutation: Bitflipping

Rekombination: k -Punkt-Crossover

Selektion: fitnessproportional

Population: ausreichend für Komplexität der Aufgabe (bei Michigan)

Besonderheiten: Population ist Regelsatz (bei Michigan), Individuum ist Regelsatz (bei Pittsburgh)

Tabu-Suche

Repräsentation: phänotypnah

Mutation: unumkehrbare durch Tabu-Listen

Rekombination: keine

Selektion: bestes Individuum

Population: ein Elter, mehrere Kinder

Besonderheiten: bestes gefundenes Individuum wird zusätzlich gespeichert

Memetischer Algorithmus

Repräsentation: beliebig

Mutation: wird mit lokaler Suche verknüpft

Rekombination: beliebig

Selektion: beliebig

Population: beliebig

Besonderheiten: beliebig

Populationsbasiertes inkrementelles Lernen

Repräsentation: IB^I

Mutation: Änderung in der Populationsstatistik

Rekombination: implizit

Selektion: bestes Kindindividuum geht in Statistik ein

Population: wird durch Populationsstatistik ersetzt

Besonderheiten: benötigte Individuum werden aus der Statistik zufällig erzeugt

Differentialevolution

Repräsentation: \mathbb{R}^l

Mutation: Mischoperator

Rekombination: Mischoperator

Selektion: Kind ersetzt Elter bei Verbesserung

Population: klein/mittelgroß

Besonderheiten: Mutation nutzt Populationsinformation

Scatter Search

Repräsentation: \mathbb{R}^l und andere

Mutation: keine

Rekombination: Teilmengenoperator und Kombination

Selektion: Selektion der Besten

Population: mittelgroß

Besonderheiten: viele Varianten, deterministisches Verfahren

Kultureller Algorithmus

Repräsentation: \mathbb{R}^l und andere

Mutation: nutzt Information des Überzeugungsraums

Rekombination: keine

Selektion: Umweltselektion

Population: mittelgroß

Besonderheiten: Überzeugungsraum speichert normatives und situationsbezogenes Wissen

Ameisenkolonie

Repräsentation: verschiedene

Mutation: jede Ameise konstruiert einen Lösungskandidaten

Rekombination: keine

Selektion: Güte bestimmt Einfluss auf globale Pheromonmenge

Population: Anzahl der Ameisen pro Iterationsschritt

Besonderheiten: kein EA-Schema, globale Pheromonmengen repräsentieren Lösungskandidaten ähnlich zur Statistik in PBIL

Partikelschwarm

Repräsentation: \mathbb{R}^l

Mutation: basiert auf Trägheit und Orientierung an Nachbarn

Rekombination: keine

Selektion: Orientierung am Besten (Population/eigene Historie)

Population: klein/mittelgroß

Besonderheiten: kein EA-Schema, eher synchrones Durchkämmen des Suchraums