

## 8. Übungsblatt

### Aufgabe 25 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der Pseudoinversen die Parameter (Gewichte  $\vec{w}_u$  und Biaswert  $\theta_u$ ) eines Radiale-Basisfunktionen-Netzes, das die Konjunktion  $x_1 \wedge x_2$  berechnet! Verwenden Sie zwei radiale Basisfunktionen mit Zentren  $(0.5, 0)$  und  $(1, 1)$ . Alle Basisfunktionen sollen den Radius  $\frac{1}{2}$  haben. Die versteckten Neuronen sollen den euklidischen Abstand als Netzeingabefunktion und eine Gaußsche Aktivierungsfunktion

$$f_{\text{act}}(\text{net}_u, \sigma_u) = e^{-\frac{\text{net}_u^2}{2\sigma_u^2}}$$

besitzen. Berechnen Sie die tatsächlichen Ausgaben des Netzes und vergleichen Sie sie mit den gewünschten Ausgaben!

Hinweis: Zur Invertierung von Matrizen können Sie z.B. das Programm verwenden, das Sie unter <http://fuzzy.cs.uni-magdeburg.de/~borgelt/matrix.html> auf unseren Webseiten finden.

### Aufgabe 26 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Es soll ein Radiale-Basisfunktionen-Netz zur Funktionsapproximation konstruiert werden. Von der (in Wirklichkeit unbekannt) Funktion  $g(x) = y = (x - 2)^2$  sind folgende Wertepaare  $(x_i, y_i)$  gegeben:

$(1, 1)$ ,  $(2, 0)$ ,  $(3, 1)$ ,  $(4, 4)$  und  $(5, 9)$ .

Das RBF-Netz habe einen Eingang  $x$ , vier versteckte Neuronen mit Gaußscher Aktivierungsfunktion und einem Radius von 1, d.h.

$$f_{\text{act}}(\text{net}_u, \sigma_u) = e^{-\frac{\text{net}_u^2}{2}},$$

und Zentren bei 0, 1.5, 3, 4.5.

- Da das Netz 5 freie Parameter hat (4 Gewichte zwischen versteckter und Ausgabeschicht und den Schwellenwert  $\theta$ ), lässt sich eine exakte Lösung für die 5 Trainingsbeispiele finden (d.h. ohne Pseudo-Inverse). Bestimmen Sie diese Lösung! Welche Ausgabe liefert das resultierende Netz für die Eingabe 3.5? Vergleichen Sie mit dem tatsächlichen Wert  $g(3.5)$ .
- Bestimmen Sie die Parameter erneut, aber diesmal mit den Zentren der radialen Basisfunktionen bei 6, 7, 8 und 9! Welche Ausgabe liefert das resultierende Netz diesmal für die Eingabe 3.5? Vergleichen Sie mit Teilaufgabe a! Finden Sie eine Erklärung.

### Aufgabe 27 Wettbewerbslernen / Lernende Vektorquantisierung

Das unter der URL <http://fuzzy.cs.uni-magdeburg.de/~borgelt/lvqd.html> verfügbare Programm visualisiert die lernende Vektorquantisierung für zweidimensionale

Daten. (Es können höherdimensionale Daten geladen werden. Das Programm bietet dann die Möglichkeit, zwei Eingabevariablen auszuwählen, die verwendet werden sollen — siehe Menüpunkt **Settings** > **Attributes**.)

- a) Wenden Sie dieses Programm auf die Irisdaten an (die Eingabedatei `iris.tab` ist im Quelltextpaket `http://fuzzy.cs.uni-magdeburg.de/~borgelt/src/lvqd.zip` enthalten). Verwenden Sie die Eingabegrößen Blütenblattlänge (`petal_length`) und Blütenblattbreite (`petal_width`). Wählen Sie als Klasse “<none>” (d.h. Lernen nur mit Anziehungsregel) und lassen Sie drei Referenzvektoren bestimmen! Was passiert bei 6 Referenzvektoren? Welchen Einfluss hat die Lernrate? Verwendet das Programm *batch* oder *online learning*?
- b) Lassen Sie jetzt die Klasseninformation berücksichtigen. Wählen Sie ein oder zwei Referenzvektoren je Klasse und vergleichen Sie die Ergebnisse!

### **Aufgabe 28** Wettbewerbslernen / Lernende Vektorquantisierung

Verwenden Sie erneut das Programm `xlvq/wlvq`. Betrachten Sie jetzt die Eingabedatei `squares.tab`. Setzen Sie (unter **Settings** > **Attributes**) das Minimum/Maximum für  $x$  auf -15 und 25 und für  $y$  auf -17 und 23, so dass der angezeigte Bereich entsprechend skaliert wird. Sie können gelernte Vektoren abspeichern (z.B. als `vectors.txt`), mit einem Texteditor anpassen und wieder einlesen (**File** > **Load/Save Vectors**). Konstruieren Sie “ungünstige” Initialisierungen. Was passiert beim Lernen? Initialisieren Sie die Vektoren (mit einem Vektor pro Klasse) und speichern Sie sie ab. Editieren Sie die Datei so, dass der Referenzvektor für Klasse  $A$  bei  $(9; 1.7)$  und für Klasse  $B$  bei  $(1; 5)$  liegt. Laden Sie die Vektordatei wieder ein und starten Sie den Lernvorgang (ggf. können Sie eine etwas höhere Lernrate verwenden). Erklären Sie, warum sich die Referenzvektoren in der beobachteten Weise bewegen.