Neuronale Netze SS 2006

Prof. Dr. R. Kruse, F. Rügheimer

7. Übungsblatt

Aufgabe 22 Radiale-Basisfunktionen-Netze

a)

Betrachten Sie ein Radiale-Basisfunktionen-Netz mit n Eingabeneuronen, zwei versteckten Neuronen u_1 und u_2, die den selben Radius σ verwenden, und einem Ausgabeneuron u_3. Die versteckten Neuronen verwenden den Euklidischen Abstand als Netzeingabefunktion und die Gaußfunktion $f_{\text{act}}(\text{net}, \sigma) = e^{-\frac{\text{net}^2}{2\sigma^2}}$ als Aktivierungsfunktion. Die Ausgabe dieses Netzes werde anschließend über einen Schwellenwert von 0 diskretisiert, d.h. es gelte:

$$\text{y} = \begin{cases} 1, & \text{falls } w_{u_3u_1}\,\text{out}_{u_1} + w_{u_3u_2}\,\text{out}_{u_2} \geq \theta_{u_3} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases} \tag{1}$$

$$= \begin{cases} 1, & \text{falls } \text{out}_{u_1} - \text{out}_{u_2} \geq \theta_{u_3} \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases} \tag{2}$$

Vergleichen Sie die Ausdrucksmächtigkeit eines solchen Kostrukts mit der eines einzelnen Schwellenwertelements. Zeigen Sie gegebenenfalls, wie sich die Funktionsweise durch das jeweils andere Gebilde simulieren lässt.

b)

Die Verbindungsgewichte zur versteckten Schicht (d.h. die Zentren der radialen Basisfunktionen) seien $\vec{z}_1 = (1, 2)$ und $\vec{z}_2 = (7, 4)$. Gegeben seien die folgenden Punkte: $\vec{(p)}_1 = (2, 4)$, $\vec{(p)}_2 = (2.5, 2.5)$ und $\vec{(p)}_3 = (3, 1)$. $\vec{(p)}_1$ und $\vec{(p)}_3$ sollen als Ausgabe den Wert 0, $\vec{(p)}_2$ den Wert 1 liefern. Wie müssen Sie die Radien verändern, um das zu erreichen? Können Sie diese Trennung auch durch eine Veränderung der Gewichte zwischen versteckter und Ausgabeschicht darstellen?

Aufgabe 23 Radiale-Basisfunktionen-Netze

Bestimmen Sie die Parameter (Gewichte $\vec{w}_u$ und Biaswert θ_u) eines einfachen Radiale-Basisfunktionen-Netzes, das die Biimplikation $x_1 \leftrightarrow x_2$ berechnet! Alle Basisfunktionen sollen den Radius $\frac{3}{2}$ haben. Die versteckten Neuronen sollen die Manhattan-Distanz als Netzeingabefunktion und eine Dreiecksfunktion

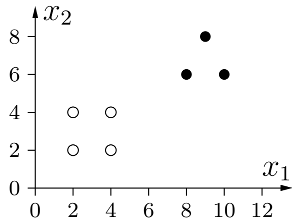
$$f_{\text{act}}(\text{net}_u, \sigma_u) = \begin{cases} 0, & \text{wenn } \text{net}_u > \sigma_u, \\ 1 - \frac{\text{net}_u}{\sigma_u}, & \text{sonst.} \end{cases}$$

als Aktivierungsfunktion besitzen.

Aufgabe 24 Radiale-Basisfunktionen-Netze (Zusatzaufgabe)

Die Bestimmung der Gewichte der Verbindungen von den Eingabeneuronen zu den Neuronen der versteckten Schicht — also die Bestimmung der Zentren der radialen

Basisfunktionen — und die Bestimmung der Radien gehören zu den Hauptproblemen des Lernens von Radiale-Basisfunktionen-Netzen. Bei Klassifikationsaufgaben verwendet man manchmal statistische Schätzfunktionen, um geeignete (Startwerte für die) Zentren und Radien zu berechnen, jedenfalls dann, wenn zu erwarten ist, dass eine radiale Basisfunktion je Klasse ausreicht. Man fasst dazu die radiale Basisfunktion als skalierte Wahrscheinlichkeitsdichte auf und bestimmt den Erwartungswert und die Standardabweichung der Verteilung z.B. mit einer Maximum-Likelihood-Schätzung.



Als Beispiel betrachten wir ein Radiale-Basisfunktionen-Netz mit zwei Eingängen, zwei versteckten Neuronen und zwei Ausgabeneuronen, das den rechts gezeigten Datensatz klassifizieren soll. Die versteckten Neuronen mögen den Euklidischen Abstand als Netzeingabefunktion und die Gaußfunktion als Aktivierungsfunktion verwenden. Bestimmen Sie geeignete Zentren $\vec{w}$ und Radien σ für die beiden Klassen mit Hilfe einer Maximum-Likelihood-Schätzung! Was müssen Sie bei der Bestimmung der Radien beachten?