

4. Übungsblatt

Aufgabe 12 Funktionsapproximation

Geben Sie ein mehrschichtiges Perzeptron mit ca. 10 Neuronen an, das die Funktion $y = \sin(x)$ im Intervall $[0, \pi]$ durch eine Treppenfunktion annähert. Wie kann man diese Näherung verbessern?

Aufgabe 13 Funktionsapproximation

Wir betrachten die Indikatorfunktion der rationalen Zahlen über der Menge der reellen Zahlen (auch als Dirichlet-Funktion bekannt), d.h. die Funktion

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \{0, 1\}, \quad x \mapsto \begin{cases} 1, & \text{falls } x \in \mathbb{Q}, \\ 0, & \text{sonst.} \end{cases}$$

- Kann diese Funktion durch ein neuronales Netz (mehrschichtiges Perzeptron) beliebig genau angenähert werden?
- Was zeigt das Ergebnis der Teilaufgabe a) über die Berechnungsfähigkeiten neuronaler Netze?

Aufgabe 14 Regression

Betrachten Sie den folgenden Datensatz:

$(-2, 0), (0, 1), (1, 3), (2, 5)$.

Bestimmen Sie mit Hilfe der Methode der kleinsten Quadrate

- die Ausgleichsgerade $y = a + bx$ und
- die Ausgleichsparabel $y = a + bx + cx^2$.

Skizzieren Sie die Ergebnisse!

Aufgabe 15 Logistische Regression

Die folgende Tabelle zeigt die Entwicklung der Weltbevölkerung zwischen 1976 und 1990.

Jahr	Bev. in Mrd.
0 (1976)	4.159
2 (1978)	4.303
4 (1980)	4.454
6 (1982)	4.610
8 (1984)	4.769
10 (1986)	4.932
12 (1988)	5.102
14 (1990)	5.275

Finden Sie eine Ausgleichskurve mit Hilfe logistischer Regression ($Y = 6.5$)! Zeichnen Sie die Originaldaten und skizzieren Sie die Kurve $y = 6.5 \cdot \frac{1}{1+e^{a+bx}}$!

Hinweis: Die Neunummerierung der Jahreszahlen erleichtert die Rechnung.