

Übungsaufgaben: Blatt 12

Aufgabe 41 Gleichheitsrelationen

(Zusatzaufgabe)

In der Vorlesung wurde eine Gleichheitsrelation wie folgt definiert:

Definition: Eine Funktion $E : X \times X \rightarrow [0, 1]$ heißt **Gleichheitsrelation**, wenn für alle $x, y, z \in X$ gilt

$$(i) \quad E(x, x) = 1,$$

$$(ii) \quad E(x, y) = E(y, x), \text{ und}$$

$$(iii) \quad \top(E(x, y), E(y, z)) \leq E(x, z).$$

Üblicherweise wird in (iii) die t -Norm $\top_{\text{Luka}}(a, b) = \max\{a + b - 1, 0\}$ verwendet, so dass sich die Forderung

$$(iii) \quad \max\{E(x, y) + E(y, z) - 1, 0\} \leq E(x, z)$$

ergibt.

Eine Möglichkeit, eine Gleichheitsrelation zu definieren, und dabei eine veränderliche Skalierung über den Wertebereich zu berücksichtigen, verwendet eine Skalierungsfunktion $c : \mathbb{R} \rightarrow [0, \infty)$, und definiert $E(a, b)$ als

$$E(a, b) = 1 - \min \left\{ \left| \int_a^b c(x) dx \right|, 1 \right\}.$$

Zeigen Sie, dass E eine Gleichheitsrelation bzgl. \top_{Luka} ist.