

Übungsaufgaben: Blatt 10

Aufgabe 34 Fuzzy-Relationalgleichungssysteme

Es sei $X = \{a, b, c\}$ und $Y = \{p, q, r, s\}$. Die Fuzzy-Mengen μ_1, μ_2, μ_3 von X und ν_1, ν_2, ν_3 von Y haben Zugehörigkeitsgrade, wie in den Tabellen angegeben.

| | a | b | c |
|---------|-----|-----|-----|
| μ_1 | 0.0 | 0.3 | 0.7 |
| μ_2 | 0.6 | 0.4 | 0.3 |
| μ_3 | 0.8 | 1.0 | 0.3 |

| | p | q | r | s |
|---------|-----|-----|-----|-----|
| ν_1 | 0.2 | 0.7 | 0.6 | 0.5 |
| ν_2 | 0.3 | 0.5 | 0.6 | 0.6 |
| ν_3 | 0.3 | 0.7 | 0.8 | 0.7 |

- (a) Zeigen Sie, dass das System der drei Relationalgleichungen lösbar ist und geben Sie die größte Fuzzy-Relation \tilde{R} an, die das System löst.
- (b) Liefert die Fuzzy-Relation, die durch die Vereinigung (Maximumbildung) der kartesischen Produkte $\mu_i \otimes \nu_i$ ($i = 1, 2, 3$) definiert ist, ebenfalls eine Lösung für (a)?
- (c) Beweisen Sie, dass das System von Relationalgleichungen keine Lösung besitzt, wenn man den Zugehörigkeitsgrad $\nu_3(r)$ auf den Wert 0.4 abändert.

Aufgabe 35 Systeme von Fuzzy-Relationalgleichungen

Es sei $X = \{a, b, c\}$ und $Y = \{p, q, r, s\}$. Die Fuzzy-Mengen μ_1, μ_2, μ_3 von X und ν_1, ν_2, ν_3 von Y haben Zugehörigkeitsgrade, wie in den Tabellen angegeben.

| | a | b | c |
|---------|-----|-----|-----|
| μ_1 | 0.4 | 0.3 | 0.5 |
| μ_2 | 0.2 | 0.7 | 0.9 |
| μ_3 | 1.0 | 0.5 | 0.6 |

| | p | q | r | s |
|---------|-----|-----|-----|-----|
| ν_1 | 0.4 | 0.4 | 0.5 | 0.5 |
| ν_2 | 0.5 | 0.2 | 0.9 | 0.8 |
| ν_3 | 0.6 | 0.4 | 0.6 | 0.6 |

Geben Sie die größte Fuzzy-Relation \tilde{R} an, die das System $\nu_i = \mu_i \circ \tilde{R}$ für $i = 1, 2, 3$ löst. Finden Sie danach eine beliebige andere Fuzzy Relation, die ebenfalls eine Lösung darstellt. Beschreiben Sie, wie Sie zu dieser Lösung gelangt sind.

Aufgabe 36 Systeme von Fuzzy-Relationalgleichungen

In Aufgabe 35 war ein System von Fuzzy-Relationalgleichungen zu lösen. Betrachten Sie nun weitere Fuzzy-Mengen, die wiederum durch die Zugehörigkeitsgrade der Elemente der Grundmengen spezifiziert sind:

| | a | b | c |
|---------|-----|-----|-----|
| μ_4 | 0.2 | 0.3 | 0.7 |
| μ_5 | 0.5 | 0.9 | 0.2 |
| μ_6 | 1.0 | 0.0 | 0.0 |

| | p | q | r | s |
|---------|-----|-----|-----|-----|
| ν_4 | 0.6 | 0.2 | 0.3 | 0.7 |
| ν_5 | 0.7 | 0.2 | 0.5 | 0.7 |
| ν_6 | 0.1 | 0.0 | 0.8 | 0.6 |

Bestimmen Sie die Gödelrelationen \mathbb{G}_4 , \mathbb{G}_5 und \mathbb{G}_6 , wobei $\mathbb{G}_i = \mu_i \odot \nu_i$. Geben Sie außerdem die kartesischen Produkte \mathbb{K}_4 , \mathbb{K}_5 und \mathbb{K}_6 , $\mathbb{K}_i = \mu_i \times \nu_i$ ($i = 4, 5, 6$), der jeweiligen Fuzzy-Mengen an. Ermitteln Sie abschließend die größte Fuzzy-Relation \mathbb{T} , die alle drei Relationalgleichungen $\nu_i = \mu_i \circ \mathbb{T}$ für $i = 4, 5, 6$ löst.

Aufgabe 37 Systeme von Fuzzy-Relationen (Zusatzaufgabe)

Nikolaus hat inzwischen ein wenig im Handbuch seines Roboterhaustieres gelesen. Zur Erprobung des Gelernten, möchte er dem Tier beibringen, ihn und die Rentiere zu begrüßen (wobei es auf Nikolaus selbst natürlich sehr viel stärker reagieren soll). Die Erkennung soll mit Hilfe eingebauter Farbsensoren erfolgen. Diese messen, wie ähnlich ankommendes Licht den einzelnen Grundfarben ist.

Nikolaus benutzt die Grundmengen $F = \{r, g, b\}$ (rot, grün, blau) und $E = \{A, B, F\}$ (Aufmerksamkeit zeigen, beschützen, Freude ausdrücken). Weiterhin definiert er Fuzzymengen $\mu_1 : F \rightarrow [0, 1]$, $\mu_2 : F \rightarrow [0, 1]$, sowie $\nu_1 : E \rightarrow [0, 1]$ und $\nu_2 : E \rightarrow [0, 1]$:

$$\begin{aligned} \mu_1(r) &= 1, & \mu_1(g) &= 0.1, & \mu_1(b) &= 0.1, \\ \mu_2(r) &= 0.5, & \mu_2(g) &= 0.2, & \mu_2(b) &= 0.3, \\ \nu_1(A) &= 0.2, & \nu_1(B) &= 0.6, & \nu_1(F) &= 1.0, \\ \nu_2(A) &= 0.2, & \nu_2(B) &= 1.0, & \nu_2(F) &= 0.2. \end{aligned}$$

Schließlich erstellte er einen auf der Gödelimplikation basierenden Regler mit folgenden Regeln:

$$\begin{aligned} \text{if } f = \mu_1 \text{ then } e &= \nu_1, \\ \text{if } f = \mu_2 \text{ then } e &= \nu_2. \end{aligned}$$

Warum dürfte Nikolaus mit dem Ergebnis nicht völlig zufrieden sein? Kann man dieses Problem vermeiden?

Ermitteln Sie den unscharfen Ausgabewert des Reglers, wenn das Robo-Haustier das Fahrzeug der Müllabfuhr mit $\mu_3(r) = \mu_3(g) = \mu_3(b) = 0.6$ erblickt.

Hinweis: Betrachten Sie die vorgegeben Regeln zunächst als Einschränkungen für ein Relationalgleichungssystem. Durch Anwenden der Eingaben auf die hieraus erhaltene Relation, kann dann das programmierte Verhalten des Roboterhaustieres ermittelt werden.