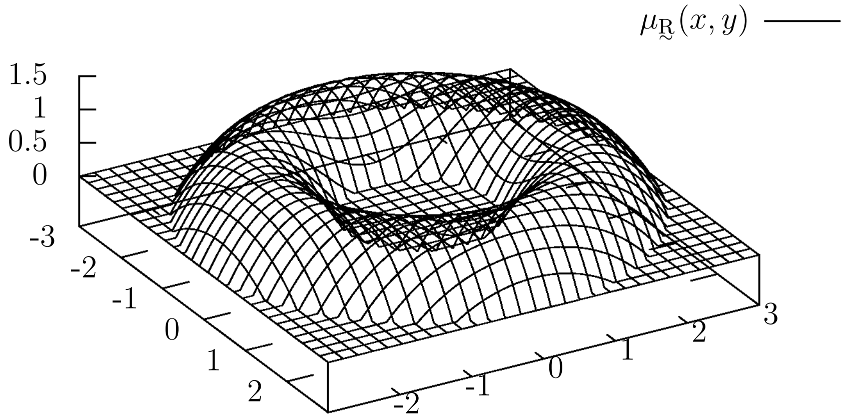
Fuzzy-Systeme WS 2006/2007

Prof. Dr. R. Kruse, F. Rügheimer

Übungsaufgaben: Blatt 9

Aufgabe 31 Projektion von Fuzzy-Relationen

Es sei $\underset{\sim}{R}$ eine Fuzzy-Relation über $X \times Y$ mit $X = Y = \mathbb{R}$, die durch ihre Zugehörigkeitsfunktion $\mu_{\underset{\sim}{R}}(x, y) = \max\left\{0, 1 - \left(\sqrt{x^2 + y^2} - 2\right)^2\right\}$ gegeben ist.



Bestimmen Sie

a) die Projektionen $\underset{\sim}{R}_X = \mathrm{proj}_X^{XY}(\underset{\sim}{R})$ bzw. $\underset{\sim}{R}_Y = \mathrm{proj}_Y^{XY}(\underset{\sim}{R})$

b) das fuzzy-kartesische Produkt $\underset{\sim}{R}' = \underset{\sim}{R}_X \otimes \underset{\sim}{R}_Y$

Hinweis (kartesisches Produkt) Das fuzzy-kartesische Produkt kann als Fuzzy-Schnittmenge der zylindrischen Erweiterungen von $\underset{\sim}{R}_X$ und $\underset{\sim}{R}_Y$ auf $X \times Y$ betrachtet werden. Allgemein bestimmt sich die Zugehörigkeitsfunktion eines das fuzzy-kartesischen Produktes $\underset{\sim}{A} = \underset{\sim}{A}_1 \otimes \cdots \otimes \underset{\sim}{A}_n$ über $X = X_1 \times \cdots \times X_n$ zu

$$\forall x \in X,\ X = X_1 \times \cdots \times X_n,\ x = (x_1, \ldots, x_n) \quad \mu_{\underset{\sim}{A}}(x) = \min(\mu_{\underset{\sim}{A}_1}(x_1), \ldots, \mu_{\underset{\sim}{A}_n}(x_n)).$$

Aufgabe 32 Verkettung von Fuzzy-Relationen

Es seien $\underset{\sim}{R}$ eine Fuzzy-Relation auf $X \times Y$ und $\underset{\sim}{S}, \underset{\sim}{T}$ Fuzzy-Relationen auf $Y \times Z$. Das Symbol $\circ$ steht für einen Operator zur Verkettung (Konkatenation) von Fuzzy-Relationen, $\subset$ und $\cap$ für die Fuzzy-Erweiterungen der entsprechenden Mengenoperation.

Finden Sie ein Beispiel, in dem $\underset{\sim}{R} \circ (\underset{\sim}{S} \cap \underset{\sim}{T}) \subset (\underset{\sim}{R} \circ \underset{\sim}{S}) \cap (\underset{\sim}{R} \circ \underset{\sim}{T})$ mit Akzeptanzgrad 1 gilt!

Hinweis (Verknüpfung von Fuzzy-Relationen) Die Verknüpfung zweier Fuzzy-Relationen $\underset{\sim}{R}_1$ über $X \times Y$ und $\underset{\sim}{R}_2$ über $Y \times Z$ resultiert in einer Fuzzy-Relation $\underset{\sim}{R}_1 \circ \underset{\sim}{R}_2$ über $X \times Z$, deren Zugehörigkeitsfunktion durch

$$\mu_{\underset{\sim}{R}}(x, z) = \sup_{y \in Y} \min(\mu_{\underset{\sim}{R}_1}(x, y), \mu_{\underset{\sim}{R}_2}(y, z))$$

definiert ist.

Aufgabe 33 Fuzzy-Relationalgleichungen

Betrachten Sie die Fuzzy-Mengen $\mu_1 : X \to [0, 1]$ und $\mu_2 : Y \to [0, 1]$ über $X = \{x_1, x_2, x_3\}$ beziehungsweise $Y = \{y_1, y_2, y_3, y_4\}$, deren Zugehörigkeitsgrade wie folgt gegeben sind:

$$\begin{array}{ll} \mu_1(x_1) = 0.4 & \mu_2(y_1) = 0.4 \\ \mu_1(x_2) = 1 & \mu_2(y_2) = 0.2 \\ \mu_1(x_3) = 0.7 & \mu_2(y_3) = 0.6 \\ & \mu_2(y_4) = 0.9 \end{array}$$

Bestimmen Sie die induzierten Gödelrelationen $\underset{\sim}{G}_1(\mu_1, \mu_2) : X \times Y \to [0, 1]$ und $\underset{\sim}{G}_2(\mu_2, \mu_1) : Y \times X \to [0, 1]$. Handelt es sich um „echte“ Lösungen?