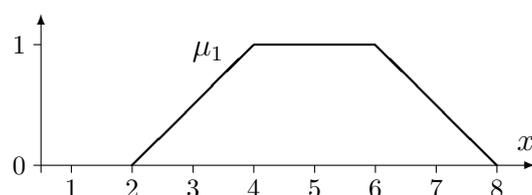


### Übungsaufgaben: Blatt 5

#### Aufgabe 15 Mengenrepräsentationen

Betrachten Sie die folgende Fuzzy-Menge:



Ein Mengensystem  $(A_\alpha)_{\alpha \in (0,1)}$  heißt *Mengenrepräsentation* von  $\mu \in F(\mathbb{R})$ , falls gilt:

- (a)  $0 < \alpha < \beta < 1 \Rightarrow A_\beta \subseteq A_\alpha \subseteq \mathbb{R}$
- (b)  $\mu(x) = \sup_{\alpha \in (0,1) \wedge x \in A_\alpha} \{\alpha\}$

Zeigen Sie, dass mehrere Mengenrepräsentationen zu der angegebenen Fuzzy-Menge existieren.

#### Aufgabe 16 Mengensysteme

Es sei  $(A_\alpha)_{\alpha \in [0,1]}$  ein Mengensystem, dass durch

$$A_\alpha = \begin{cases} \left[ 1 - \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha}}, 1 + \sqrt{\ln \frac{1}{\alpha}} \right], & \text{if } \alpha > 0 \\ \mathbb{R}, & \text{if } \alpha = 0. \end{cases}$$

definiert ist. Zeigen Sie, dass dieses System und die repräsentierte Fuzzy-Menge  $\mu$  die folgenden Bedingungen erfüllen:

1.  $[\mu]_0 = U$ , mit  $U = \mathbb{R}$  in diesem Fall,
2.  $\forall \alpha, \beta : \alpha \leq \beta \Rightarrow [\mu]_\alpha \supseteq [\mu]_\beta$ ,
3.  $\forall \beta \in (0, 1] : \bigcap_{\alpha < \beta} [\mu]_\alpha = [\mu]_\beta$ .

Bestimmen sie die Zugehörigkeitsfunktion  $\mu$  der korrespondierenden Fuzzymenge.

#### Aufgabe 17 Fuzzy-Quantoren

Zur Beschreibung des Konzeptes „x ist eine kleine Zahl“ definieren wir die Zugehörigkeitsfunktionen

$$\mu(x) = \begin{cases} 1 - \frac{x}{20} & \text{für } x < 20 \\ 0 & \text{sonst} \end{cases}$$

und

$$\nu(x) = 0.95^x$$

über  $\mathbb{N}_0$ .

Bestimmen Sie jeweils den Fuzzy-Wahrheitswert der Aussage „Alle in dezimaler Darstellung einstelligen Zahlen sind klein“ im Bezug auf  $\mu$  bzw.  $\nu$ . Verwenden Sie dabei

a)  $\top_{\min}(a, b) = \min\{a, b\}$

b)  $\top_{\text{prod}}(a, b) = ab$

als konjunktive Verknüpfung.

Erscheinen die Resultate plausibel im Hinblick auf ihre Intuition?

### **Aufgabe 18** Fuzzy-Quantoren

Was erhält man unter den Voraussetzungen von Aufgabe 17 als Fuzzy-Wahrheitswert für die Aussage „Es gibt eine kleine Primzahl“. Welches Problem tritt dabei auf?

Hinweis: Sie können direkt die dualen T-Konormen

$\perp_{\max}(a, b) = \max\{a, b\}$  und  $\perp_{\text{sum}}(a, b) = a + b - ab$  nutzen.