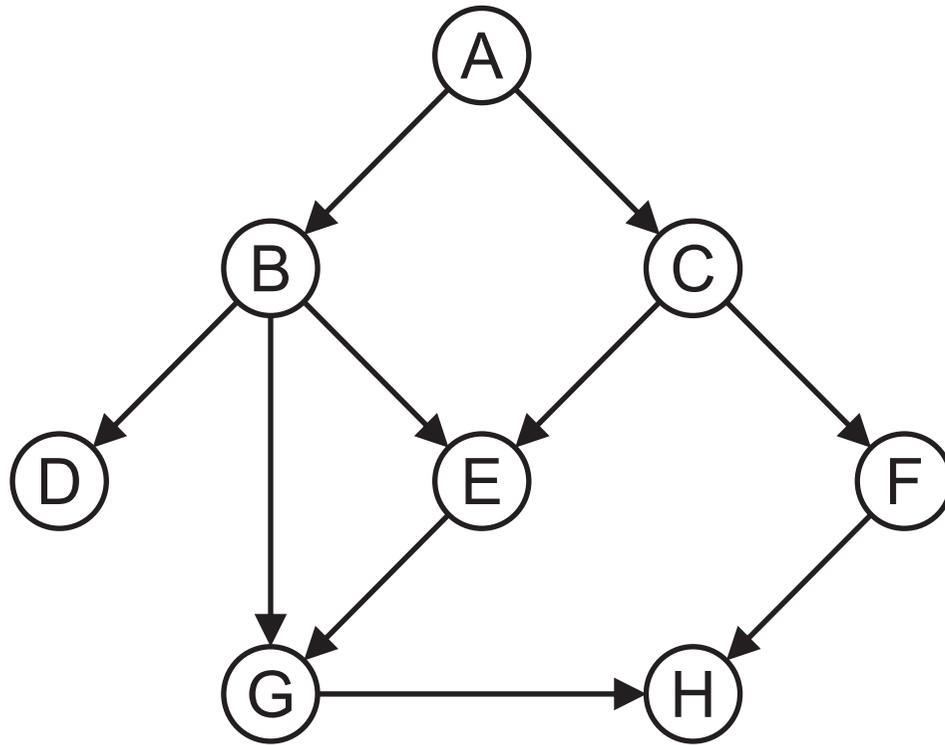
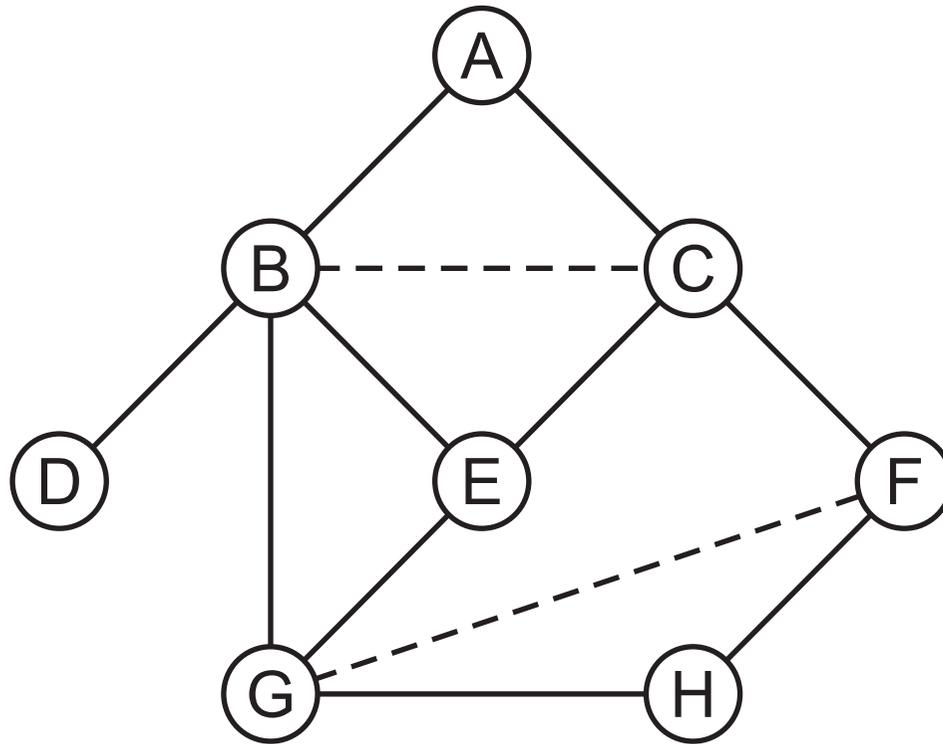


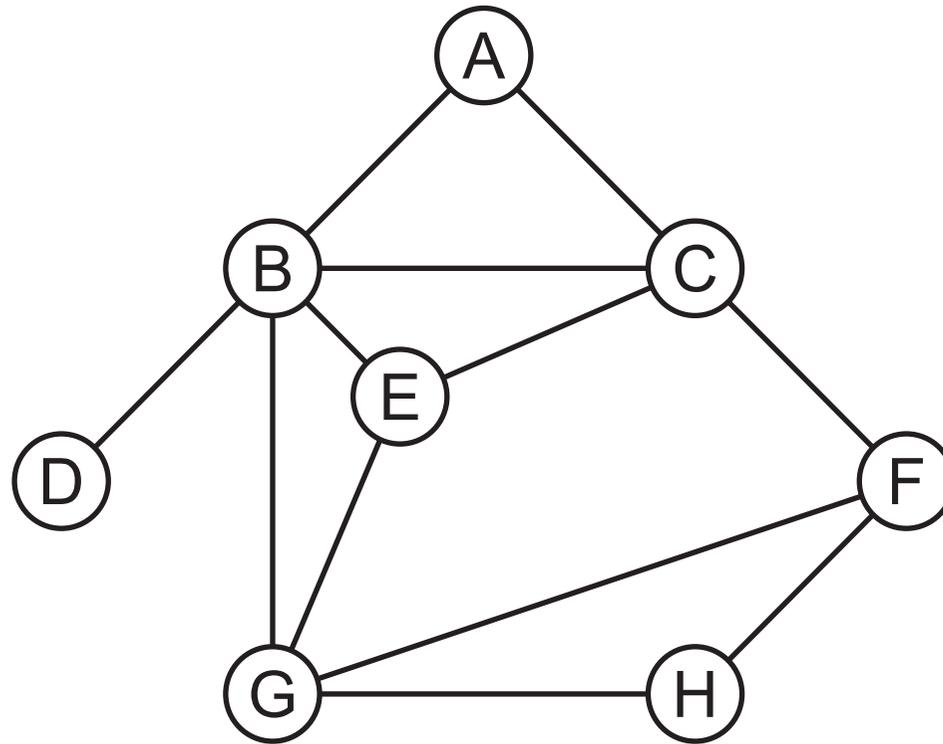
# Initial Bayesian Network



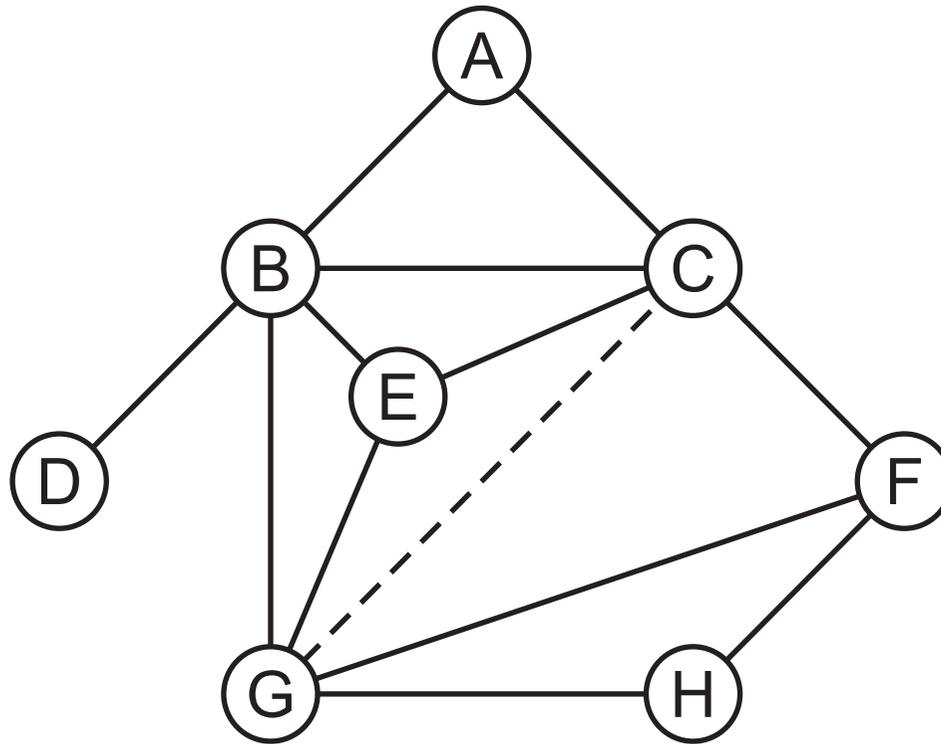
# Moral Graph



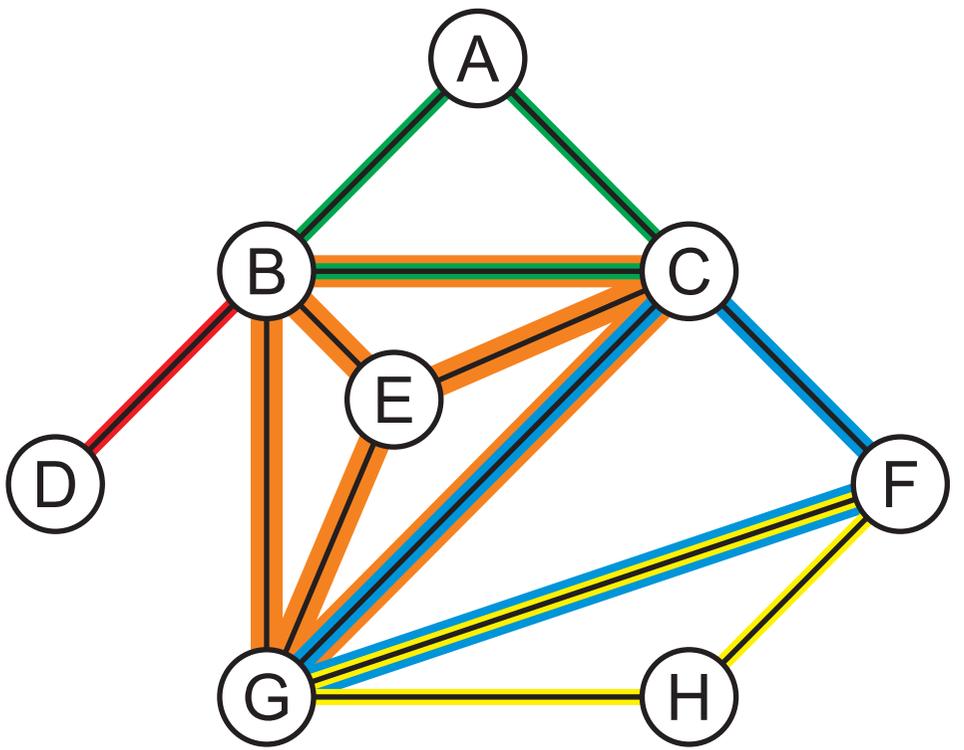
Still containing non-chorded Loops



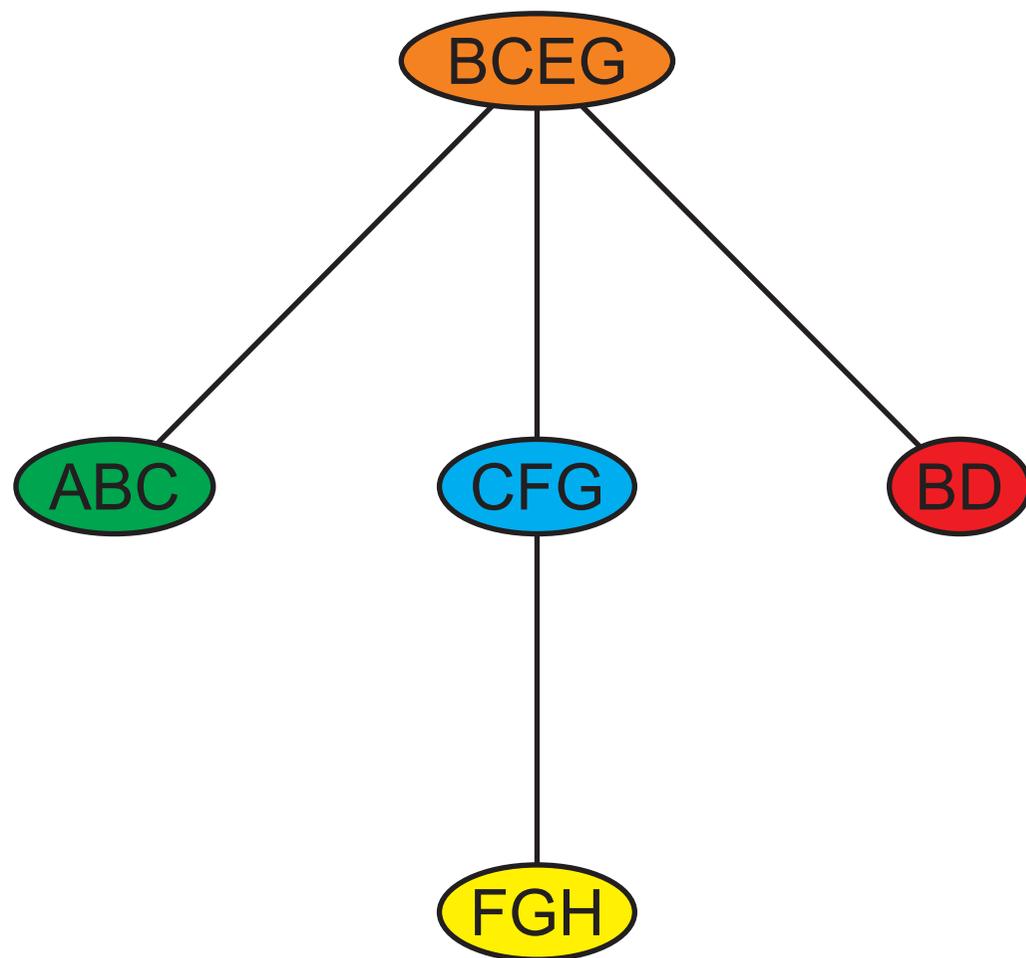
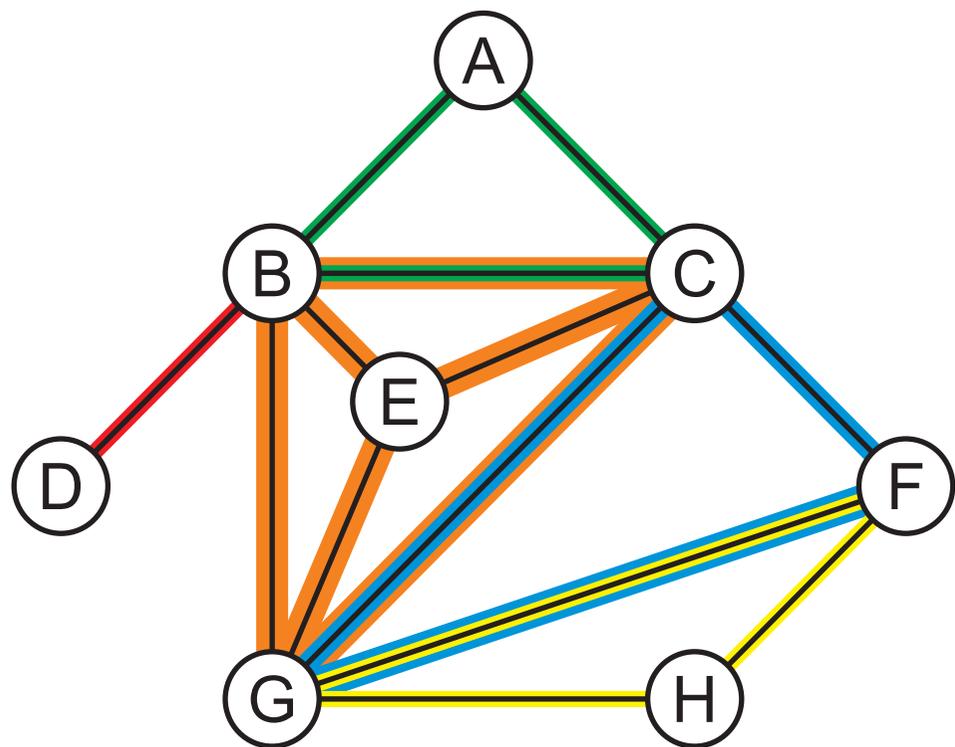
# Triangulated Graph



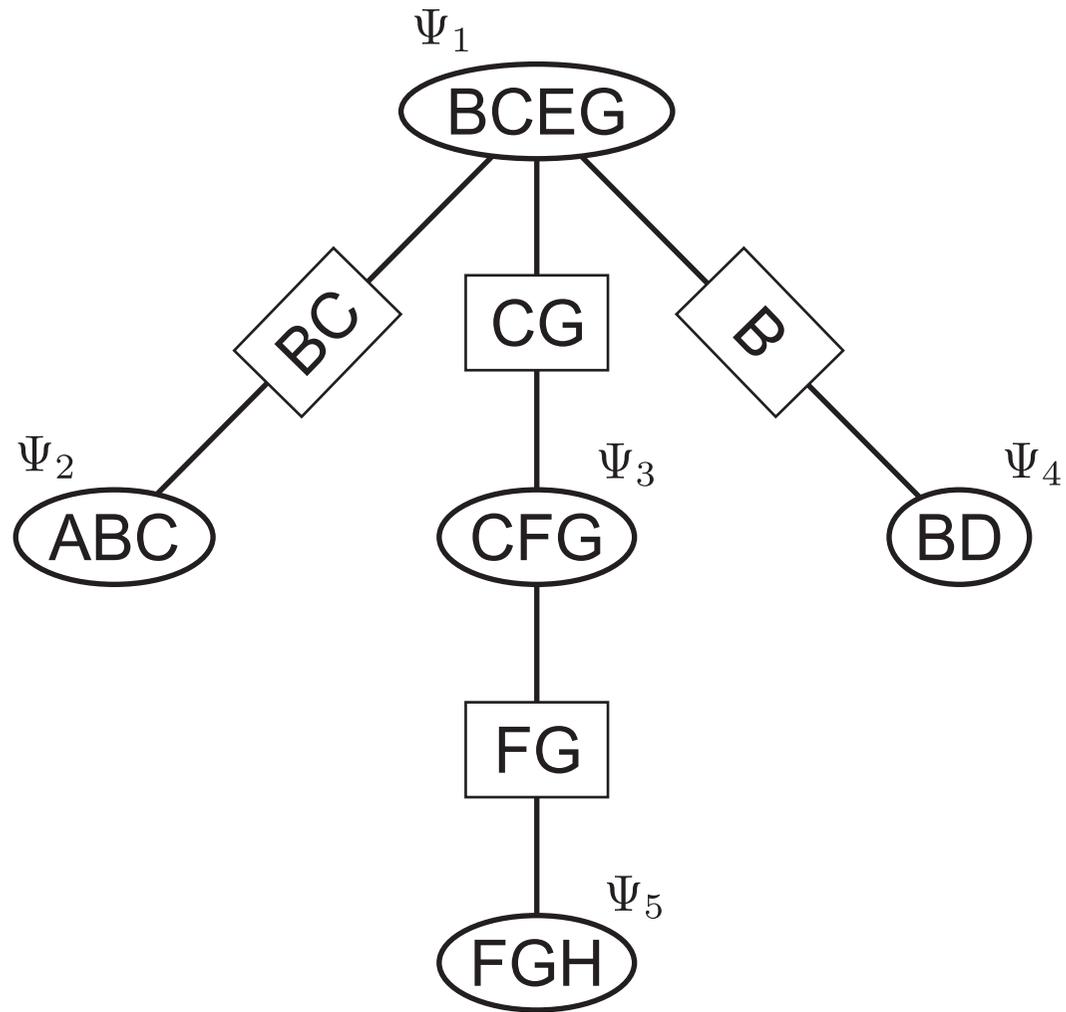
# Cliques



# Join Tree



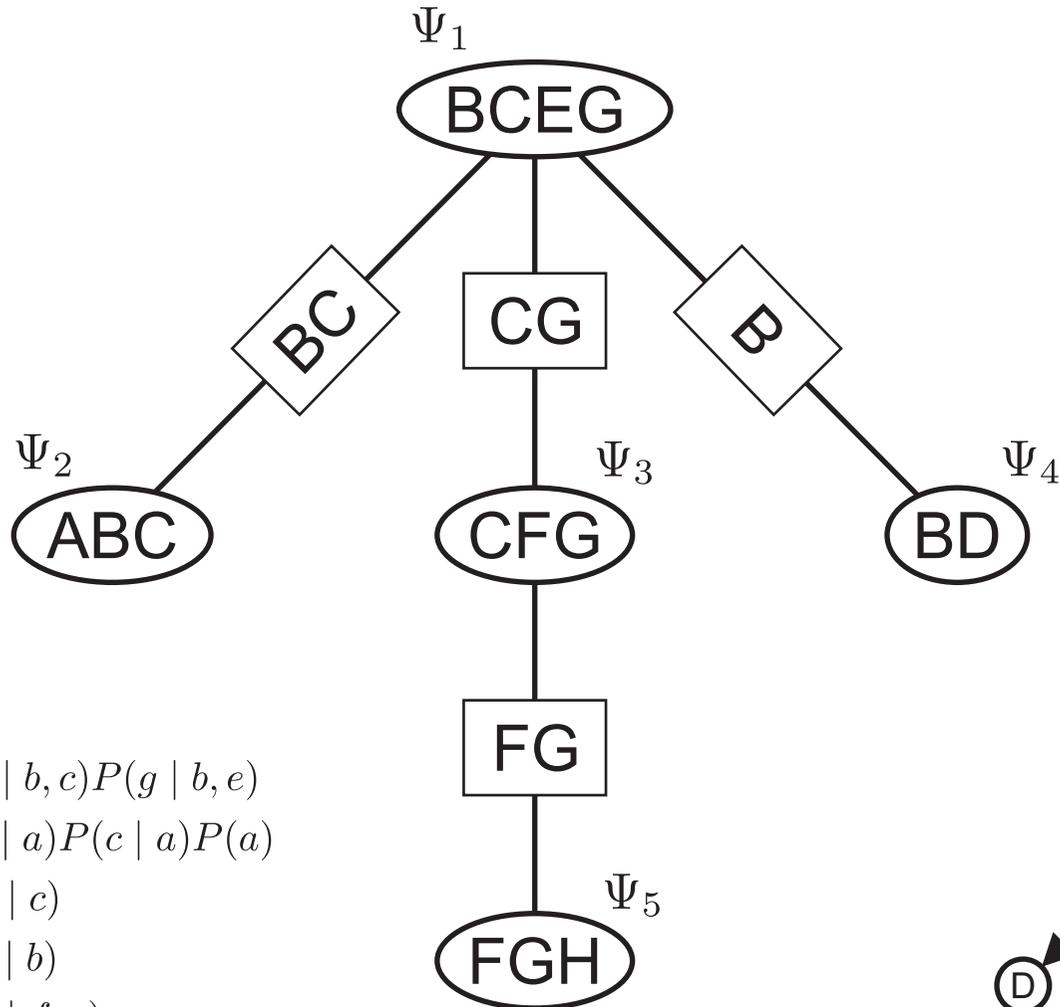
# Potential Representation



$$P(a, b, c, d, e, f, g, h) = \prod_{i=1}^5 \Psi_i(c_i)$$

$$= \Psi_1(b, c, e, g) \cdot \Psi_2(a, b, c) \cdot \Psi_3(c, f, g) \cdot \Psi_4(b, d) \cdot \Psi_5(f, g, h)$$

# Potential Representation



$$\Psi_1(b, c, e, g) = P(e | b, c)P(g | b, e)$$

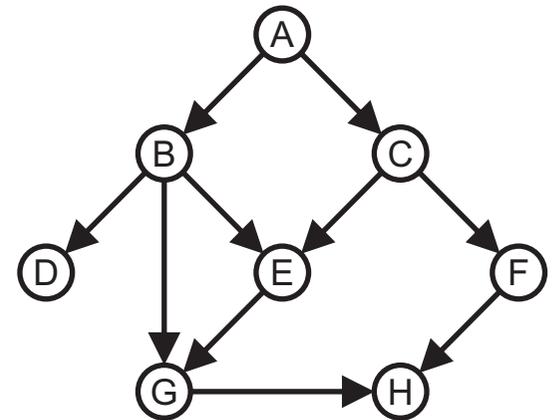
$$\Psi_2(a, b, c) = P(b | a)P(c | a)P(a)$$

$$\Psi_3(c, f, g) = P(f | c)$$

$$\Psi_4(b, d) = P(d | b)$$

$$\Psi_5(f, g, h) = P(h | f, g)$$

5



# Propagation Algorithm

- Initialization

1. Absorb evidence  $E = e$  in the potential functions  $\Psi$ .
2. Create the join tree.

- Iteration

1. For every clique  $C_i$  do: For every neighbor  $B_j$  of the clique do: If  $C_i$  received the messages from all other neighbors, calculate and send message  $M_{ij}$  to  $B_j$ :

$$M_{ij}(s_{ij}) = \sum_{c_i \setminus s_{ij}} \Psi_i(c_i) \prod_{k \neq j} M_{ki}(s_{ki})$$

2. Repeat until all messages are sent.
3. Calculate the probability distribution for every clique:

$$P(c_i) \propto \Psi_i(c_i) \prod_k M_{ki}(s_{ik})$$

4. For every attribute  $A$  calculate  $P(a | e)$  as follows:

$$P(a | e) = \sum_{c_k \setminus a} P(c_k),$$

where  $C_k$  is the smallest clique containing  $A$ .

# Propagation Algorithm

- Initialization

1. Absorb evidence  $E = e$  in the potential functions  $\Psi$ .
2. Create the join tree.

- Iteration

1. For every clique  $C_i$  do: For every neighbor  $B_j$  of the clique do: If  $C_i$  received the messages from all other neighbors, calculate and send message  $M_{ij}$  to  $B_j$ :

$$M_{ij}(s_{ij}) = \sum_{c_i \setminus s_{ij}} \Psi_i(c_i) \prod_{k \neq j} M_{ki}(s_{ki})$$

2. Repeat until all messages are sent.
3. Calculate the probability distribution for every clique:

$$P(c_i) \propto \Psi_i(c_i) \prod_k M_{ki}(s_{ik})$$

4. For every attribute  $A$  calculate  $P(a | e)$  as follows:

$$P(a | e) = \sum_{c_k \setminus a} P(c_k),$$

where  $C_k$  is the smallest clique containing  $A$ .

$$P(c_1) = P(b, c, e, g) = \Psi_1(b, c, e, g) M_{21}(b, c) M_{31}(c, g) M_{41}(b)$$

$$P(c_2) = P(a, b, c) = \Psi_2(a, b, c) M_{12}(b, c)$$

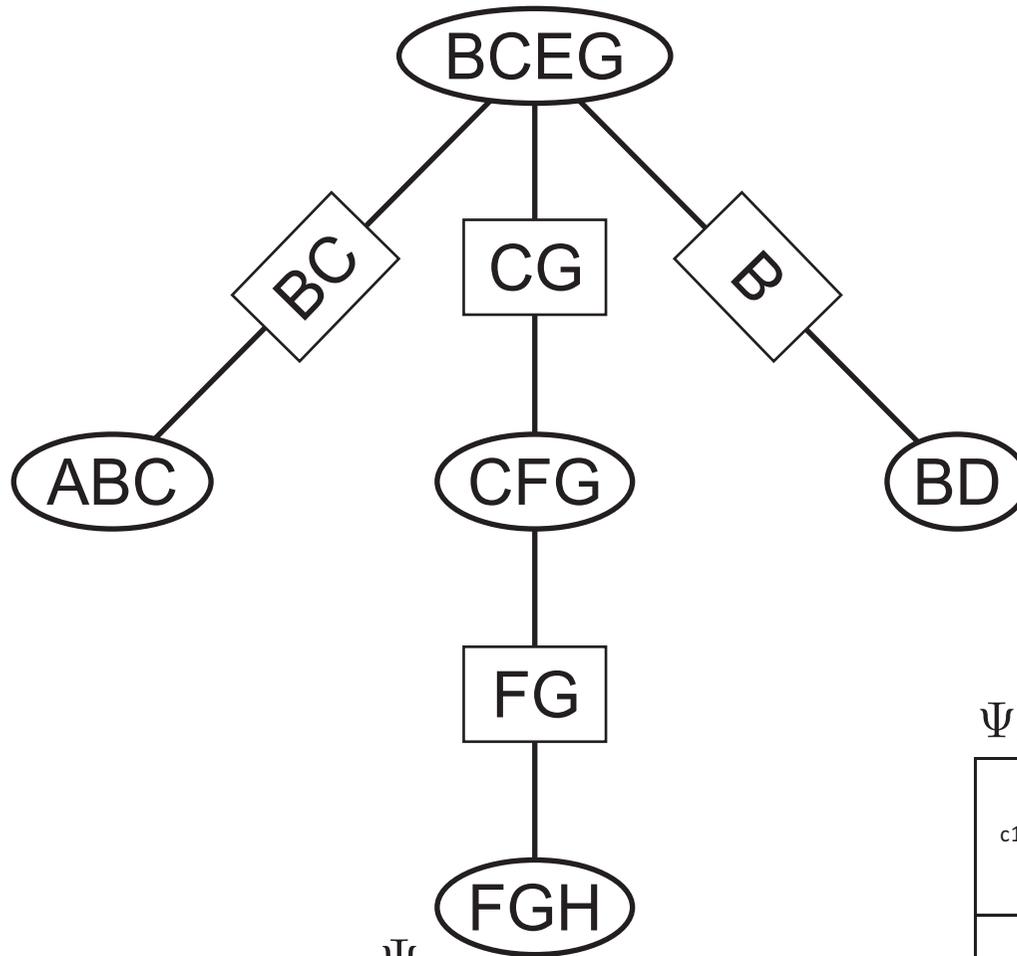
$$P(c_3) = P(c, f, g) = \Psi_3(c, f, g) M_{13}(c, g) M_{53}(f, g)$$

$$P(c_4) = P(b, d) = \Psi_4(b, d) M_{14}(b)$$

$$P(c_5) = P(f, g, h) = \Psi_5(f, g, h) M_{35}(f, g)$$

$\Psi_1$ 

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |


 $\Psi_4$ 

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

 $\Psi_2$ 

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

 $\Psi_3$ 

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

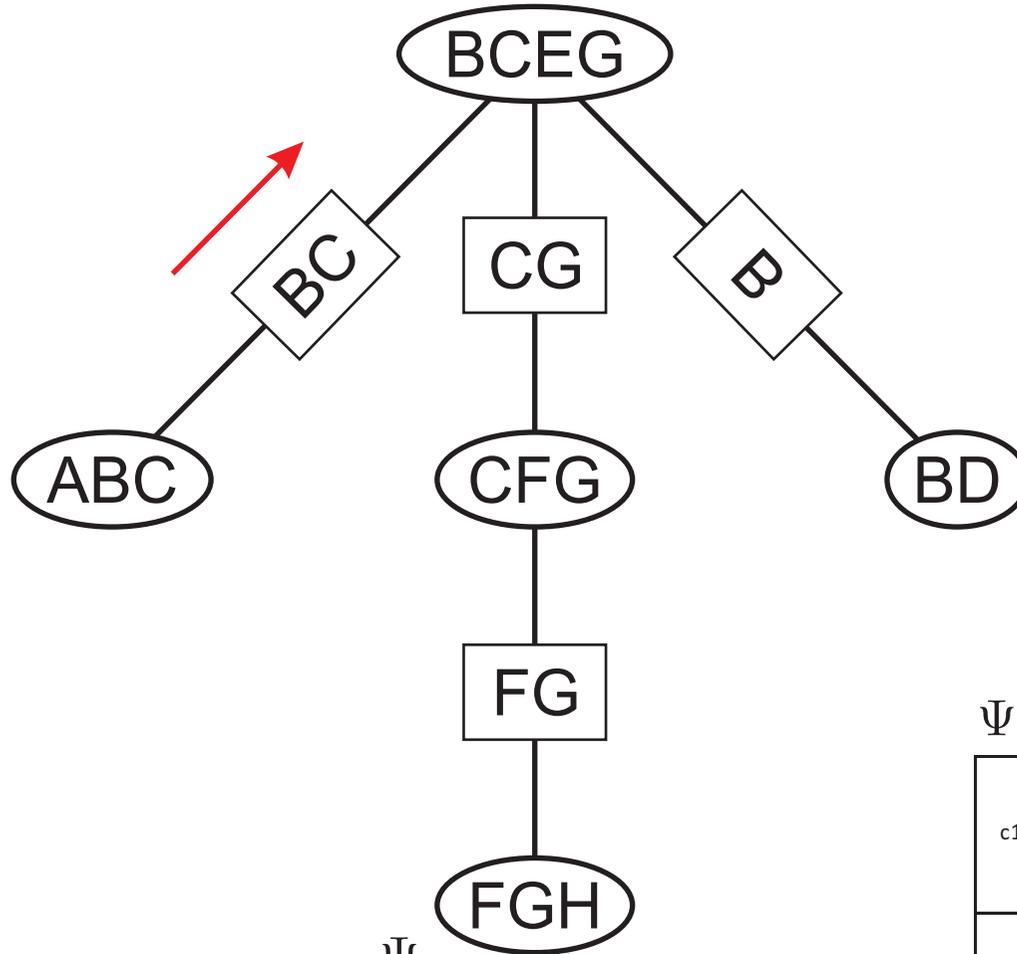
 $\Psi_5$ 

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

$$M_{21} = \begin{pmatrix} b_{1,c1} & b_{1,c2} & b_{2,c1} & b_{2,c2} \\ 0,06 & 0,10 & 0,40 & 0,44 \end{pmatrix}$$



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_3$$

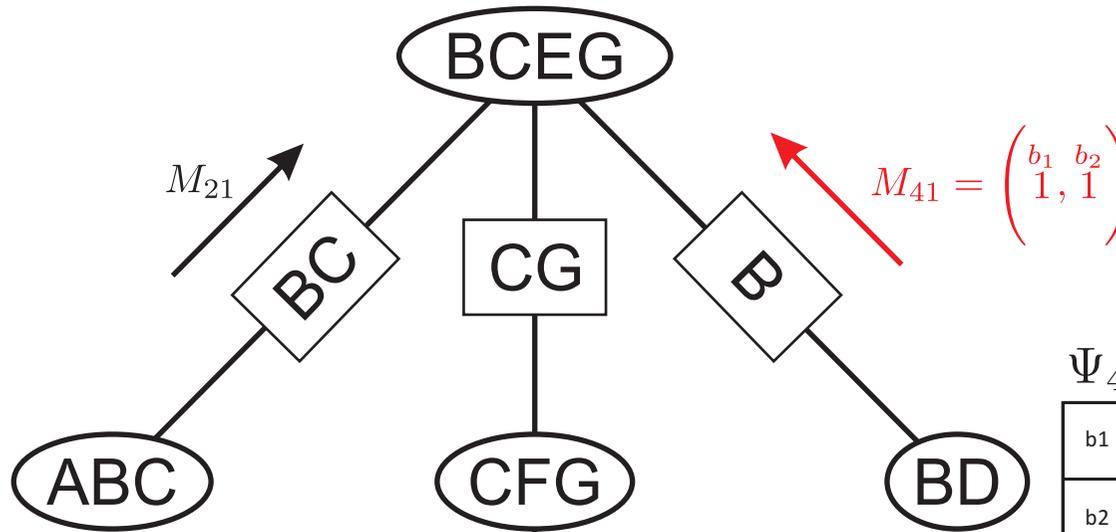
|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

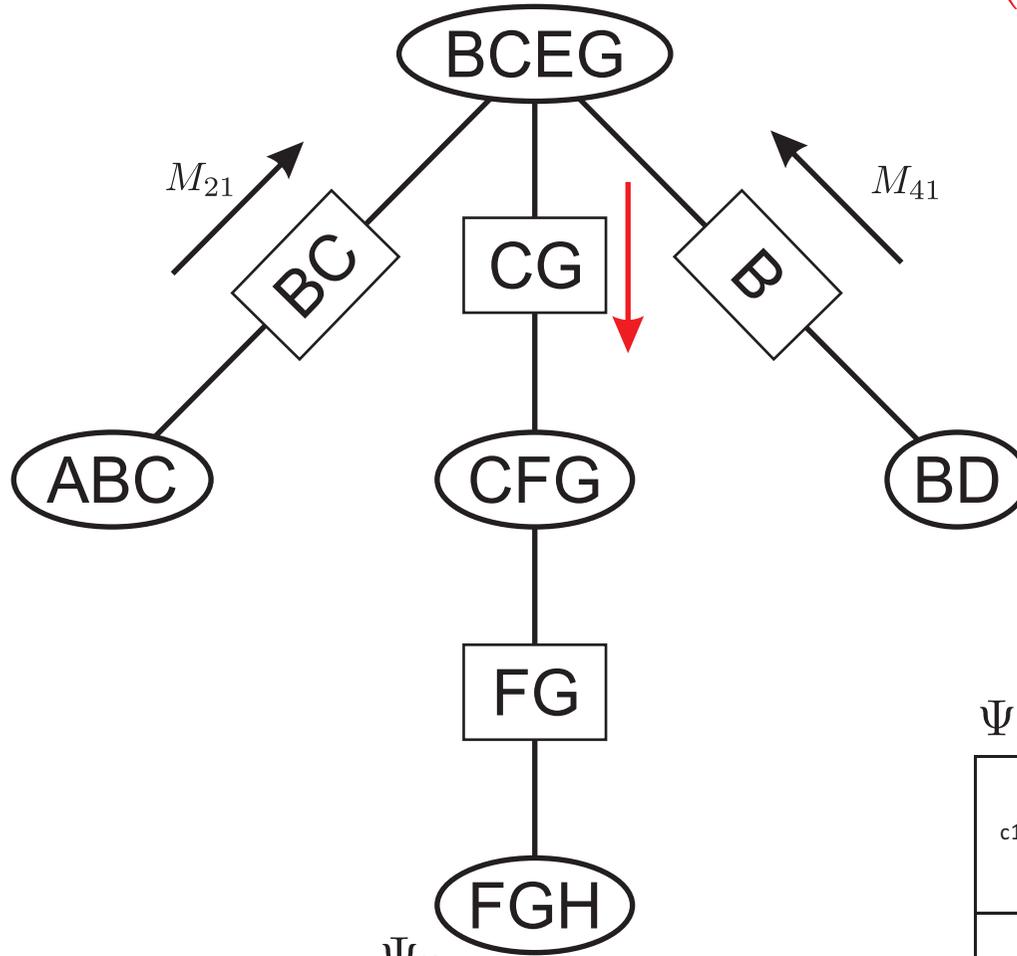
$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$$M_{13} = \begin{pmatrix} c_{1,g1} & c_{1,g2} & c_{2,g1} & c_{2,g2} \\ 0,254 & 0,206 & 0,290 & 0,250 \end{pmatrix}$$



$$\Psi_4$$

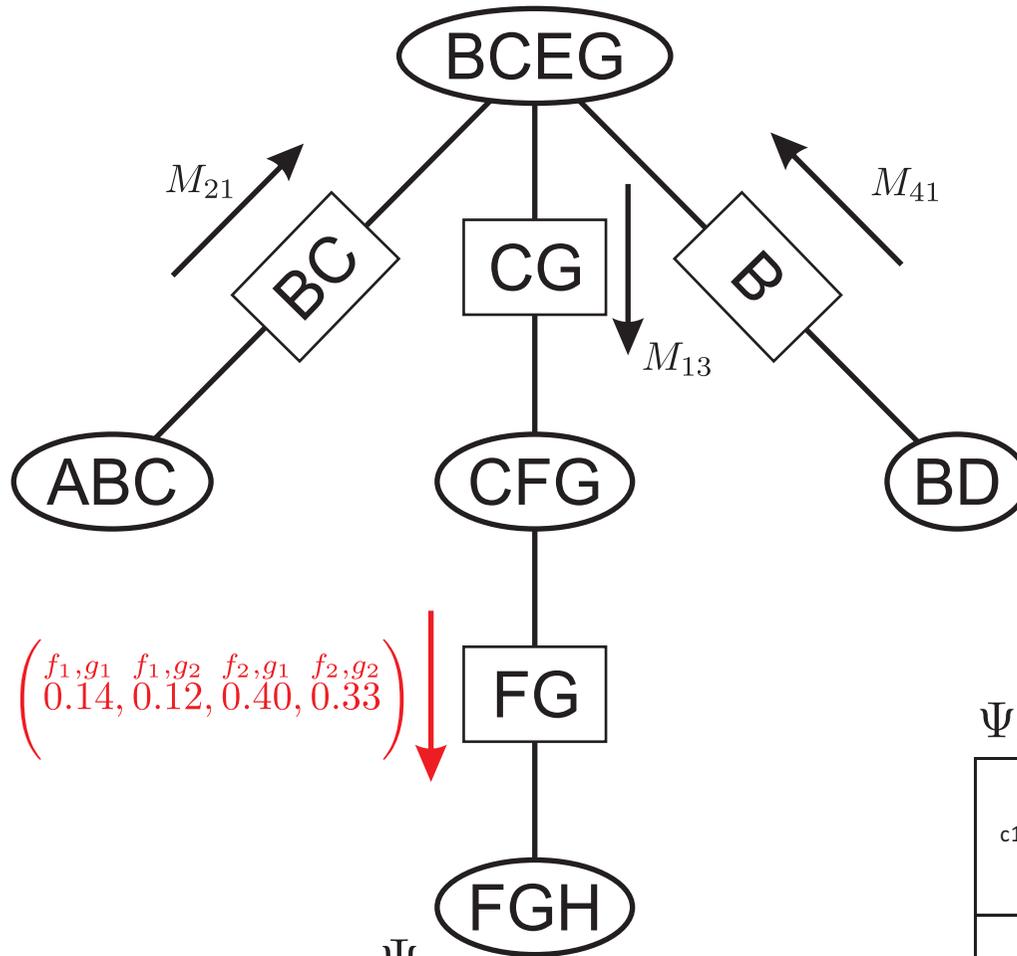
|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$M_{35} = \begin{pmatrix} f_{1,g1} & f_{1,g2} & f_{2,g1} & f_{2,g2} \\ 0,14, 0,12, 0,40, 0,33 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

$$\Psi_2$$

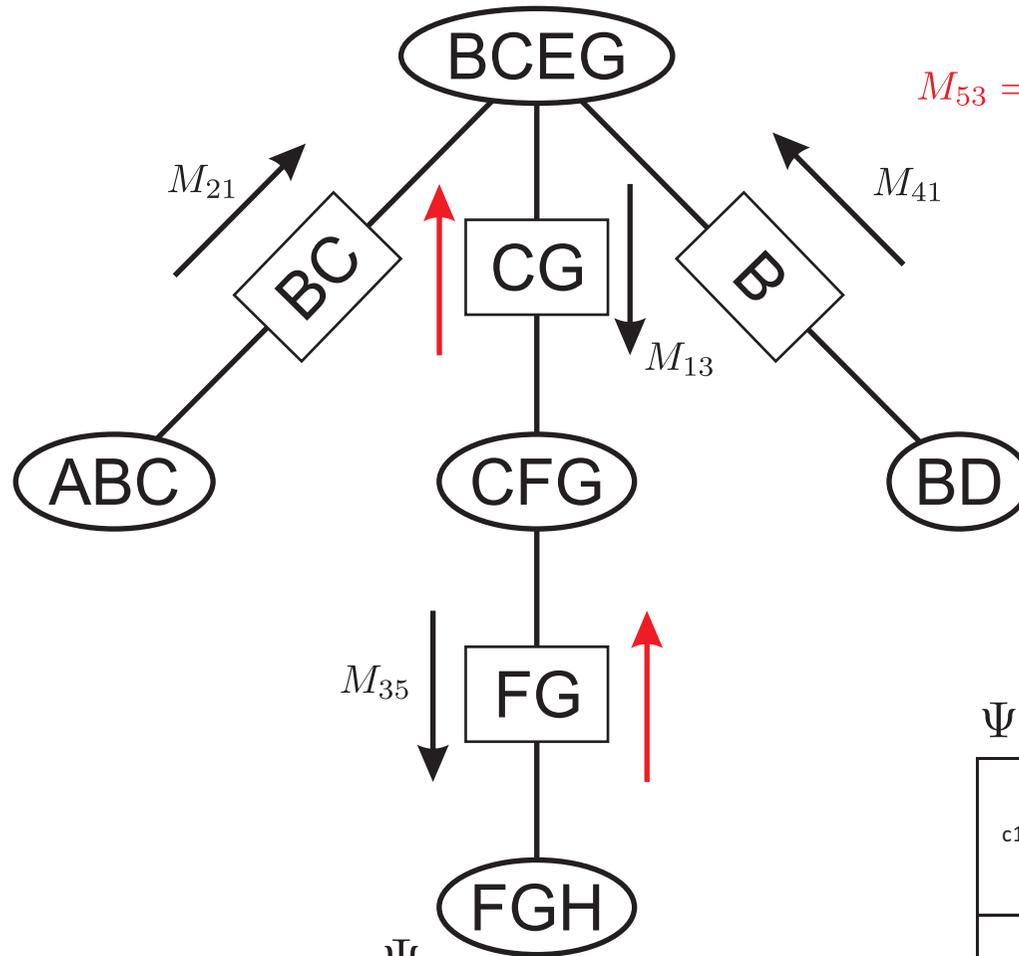
|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$$M_{31} = \begin{pmatrix} c_{1,g1} & c_{1,g2} & c_{2,g1} & c_{2,g2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$M_{53} = \begin{pmatrix} f_{1,g1} & f_{1,g2} & f_{2,g1} & f_{2,g2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

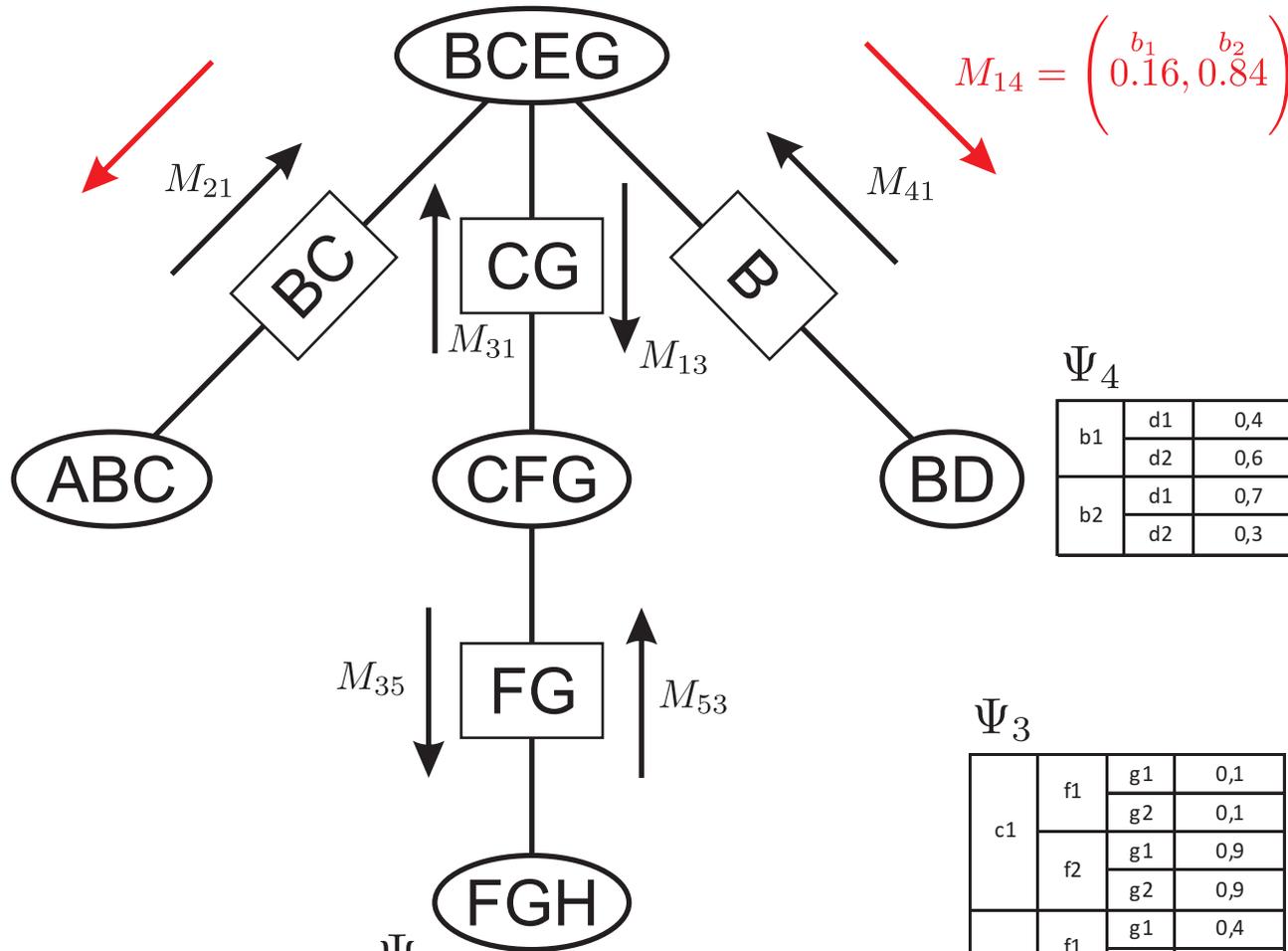
$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

$$M_{12} = \begin{pmatrix} b_{1,c1} & b_{1,c2} & b_{2,c1} & b_{2,c2} \\ 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$



$$M_{14} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ 0.16 & 0.84 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

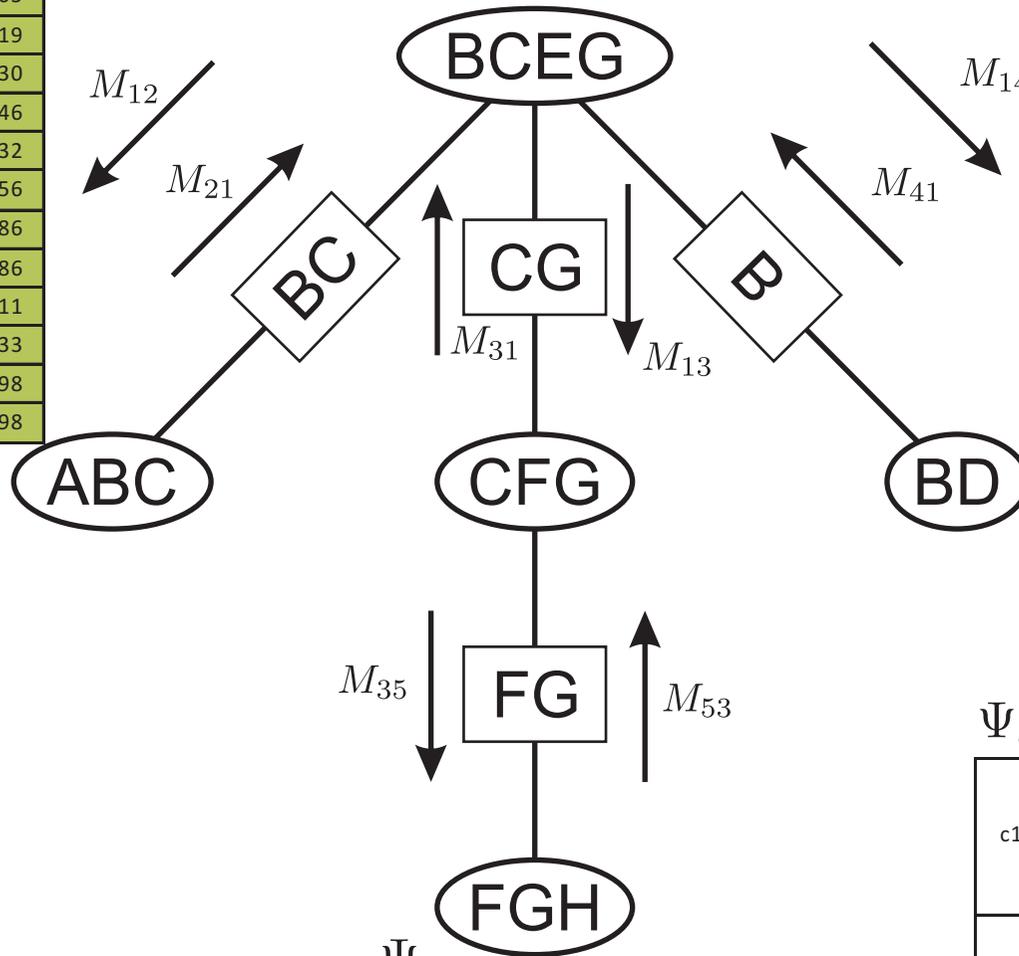
$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0,8 |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0,5 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0,6 |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0,3 |

$\Psi_1$ 

|    |    |    |    |       |        |
|----|----|----|----|-------|--------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 | 0,0122 |
|    |    |    | g2 | 0,010 | 0,0006 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 | 0,0205 |
|    |    |    | g2 | 0,480 | 0,0307 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 | 0,0365 |
|    |    |    | g2 | 0,020 | 0,0019 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 | 0,0230 |
|    |    |    | g2 | 0,360 | 0,0346 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 | 0,0832 |
|    |    |    | g2 | 0,090 | 0,0356 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 | 0,1386 |
|    |    |    | g2 | 0,350 | 0,1386 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 | 0,0311 |
|    |    |    | g2 | 0,030 | 0,0133 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 | 0,1998 |
|    |    |    | g2 | 0,450 | 0,1998 |

|    |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    | A      | B      | C      | D      | E      | F      | G      | H      |
| x1 | 0,6000 | 0,1600 | 0,4600 | 0,6520 | 0,2144 | 0,2620 | 0,5448 | 0,4842 |
| x2 | 0,4000 | 0,8400 | 0,5400 | 0,3480 | 0,7856 | 0,7380 | 0,4552 | 0,5158 |


 $\Psi_4$ 

|    |    |     |       |
|----|----|-----|-------|
| b1 | d1 | 0,4 | 0,064 |
|    | d2 | 0,6 | 0,096 |
| b2 | d1 | 0,7 | 0,588 |
|    | d2 | 0,3 | 0,252 |

 $\Psi_2$ 

|    |    |    |       |       |
|----|----|----|-------|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 | 0,108 |

 $\Psi_3$ 

|    |    |    |     |        |
|----|----|----|-----|--------|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 | 0,0254 |
|    |    | g2 | 0,1 | 0,0206 |
|    | f2 | g1 | 0,9 | 0,2290 |
|    |    | g2 | 0,9 | 0,1850 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 | 0,1162 |
|    |    | g2 | 0,4 | 0,0998 |
|    | f2 | g1 | 0,6 | 0,1742 |
|    |    | g2 | 0,6 | 0,1498 |

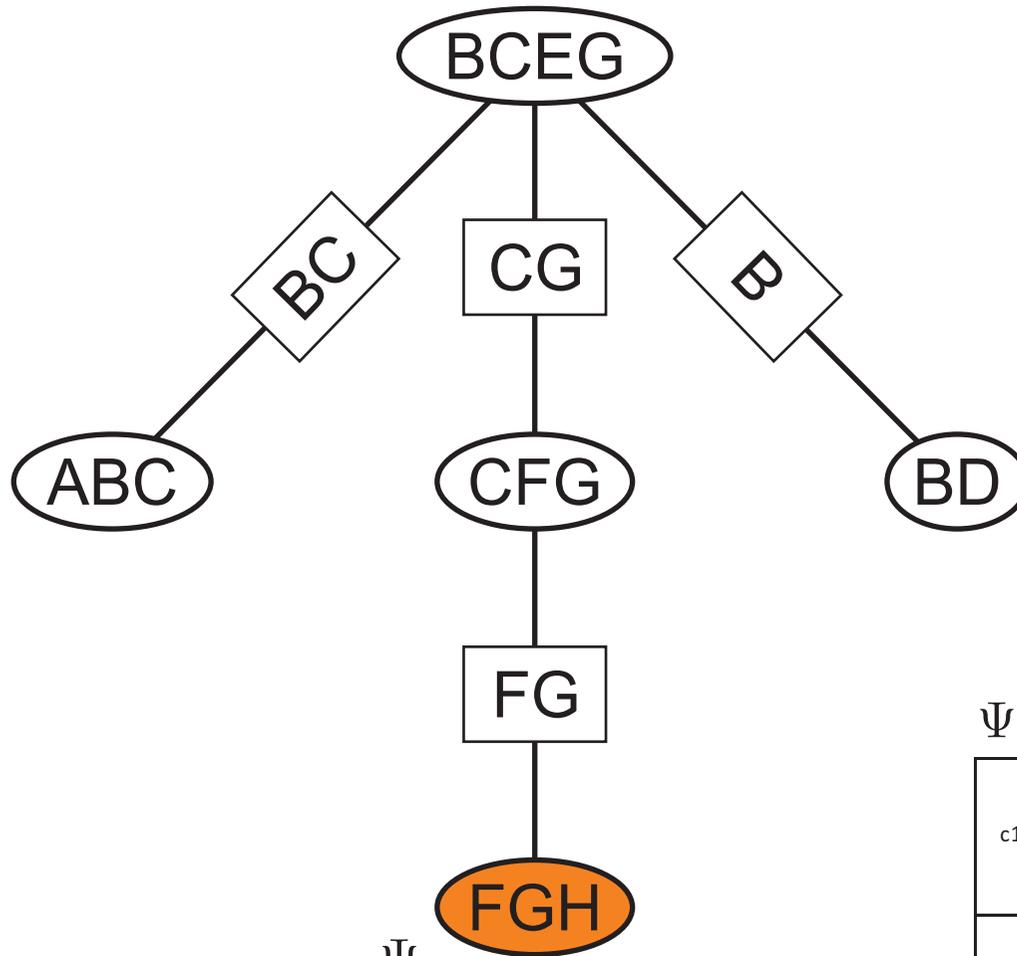
 $\Psi_5$ 

|    |    |    |     |        |
|----|----|----|-----|--------|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 | 0,0283 |
|    |    | h2 | 0,8 | 0,1133 |
|    | g2 | h1 | 0,5 | 0,0602 |
|    |    | h2 | 0,5 | 0,0602 |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 | 0,1613 |
|    |    | h2 | 0,6 | 0,2419 |
|    | g2 | h1 | 0,7 | 0,2344 |
|    |    | h2 | 0,3 | 0,1004 |

Evidence H=h1

 $\Psi_1$ 

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |


 $\Psi_4$ 

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

 $\Psi_2$ 

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

 $\Psi_3$ 

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

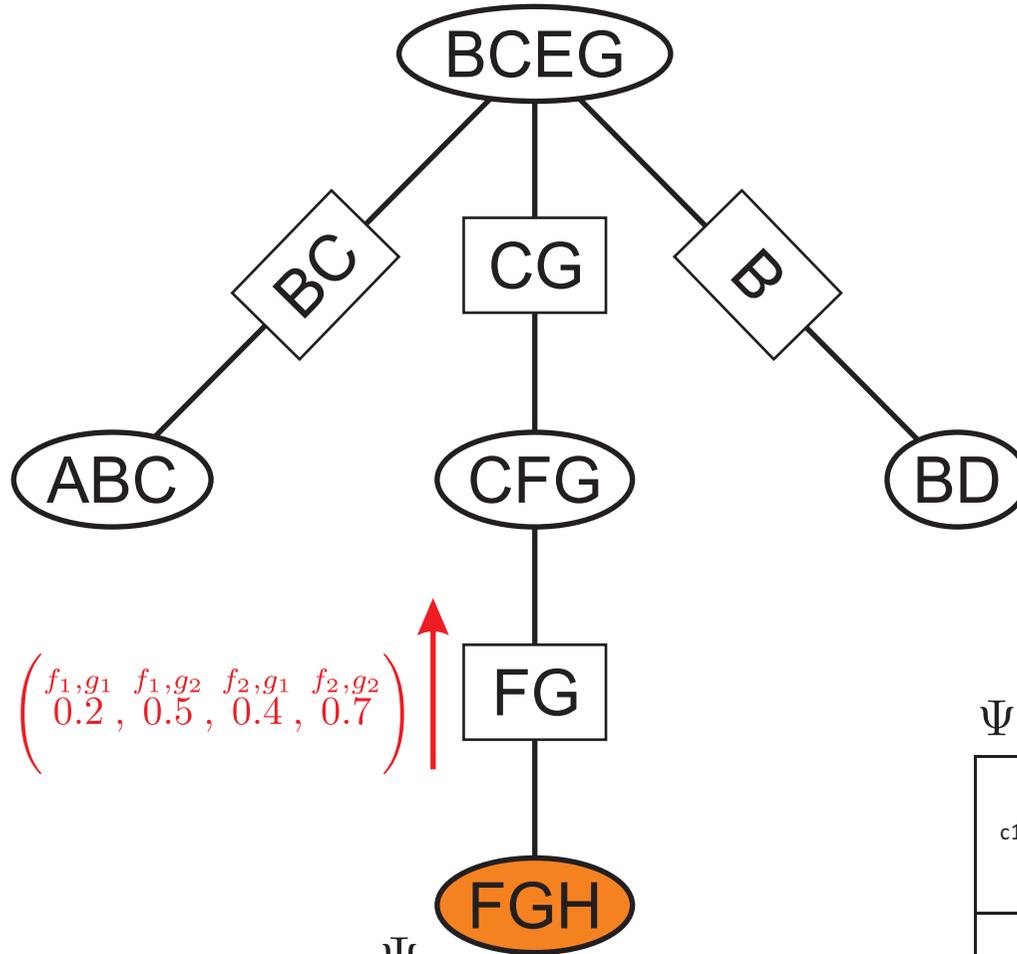
 $\Psi_5$ 

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0   |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0   |

Evidence H=h1

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$M_{53} = \begin{pmatrix} f_{1,g1} & f_{1,g2} & f_{2,g1} & f_{2,g2} \\ 0,2 & 0,5 & 0,4 & 0,7 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_5$$

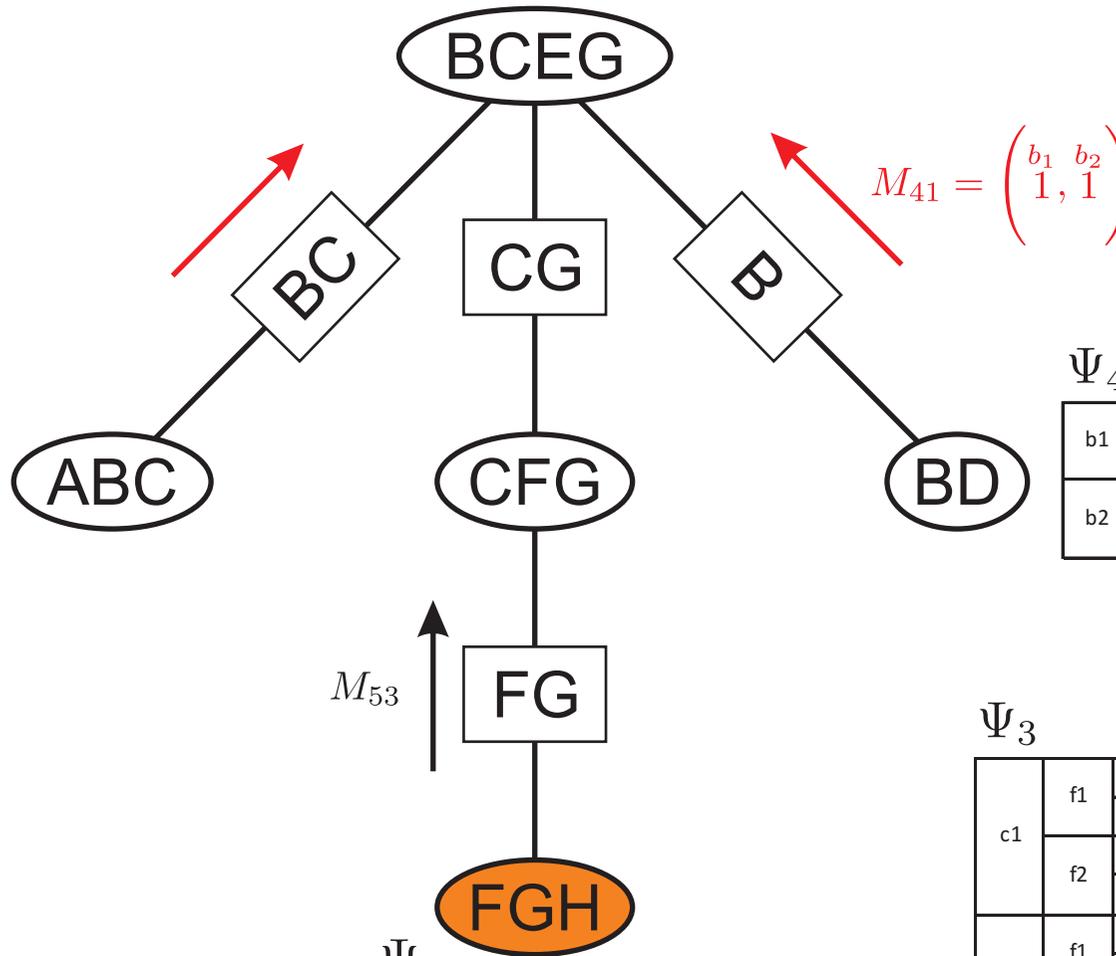
|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0   |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0   |

Evidence H=h1

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

$$M_{21} = \begin{pmatrix} b_{1,c1} & b_{1,c2} & b_{2,c1} & b_{2,c2} \\ 0,06 & 0,10 & 0,40 & 0,44 \end{pmatrix}$$



$$M_{41} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$M_{53}$$

$$\Psi_5$$

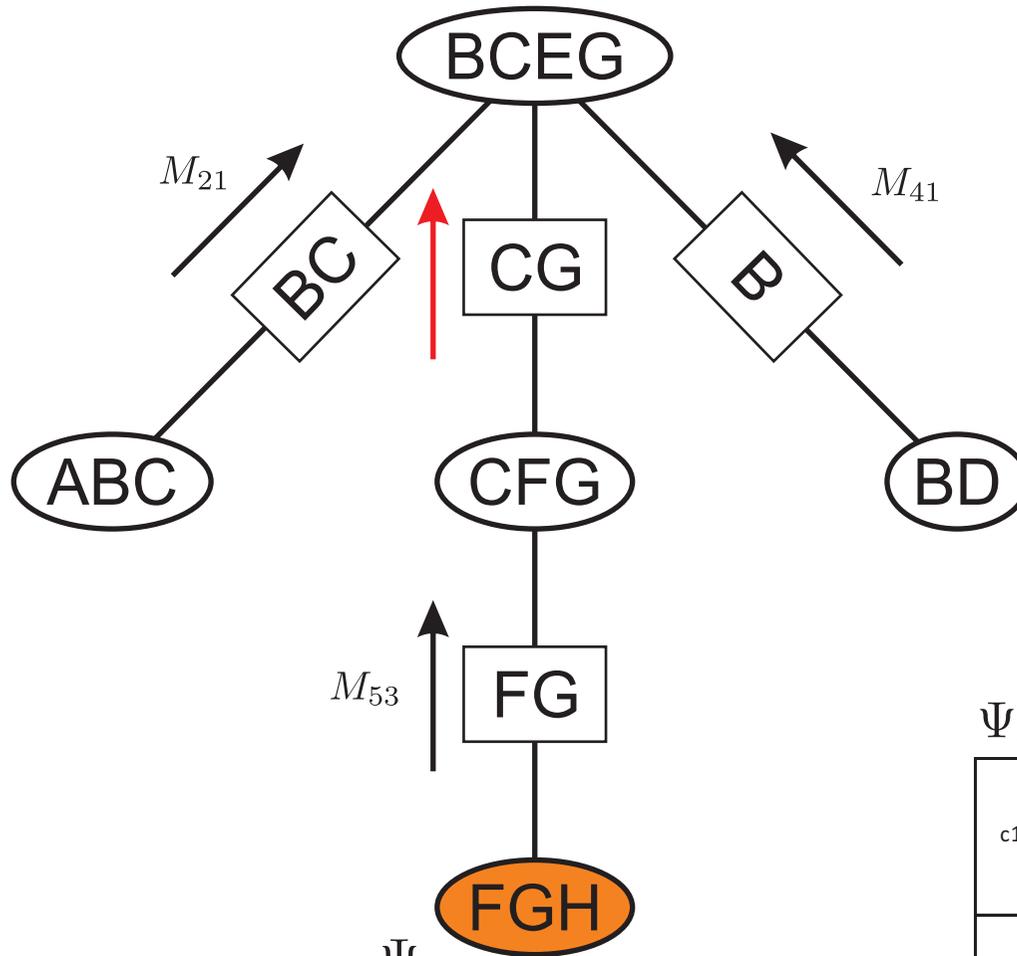
|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0   |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0   |

Evidence H=h1

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

$$M_{31} = \begin{pmatrix} c_{1,g1} & c_{1,g2} & c_{2,g1} & c_{2,g2} \\ 0.38, 0.68, 0.32, 0.62 \end{pmatrix}$$



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

$$\Psi_5$$

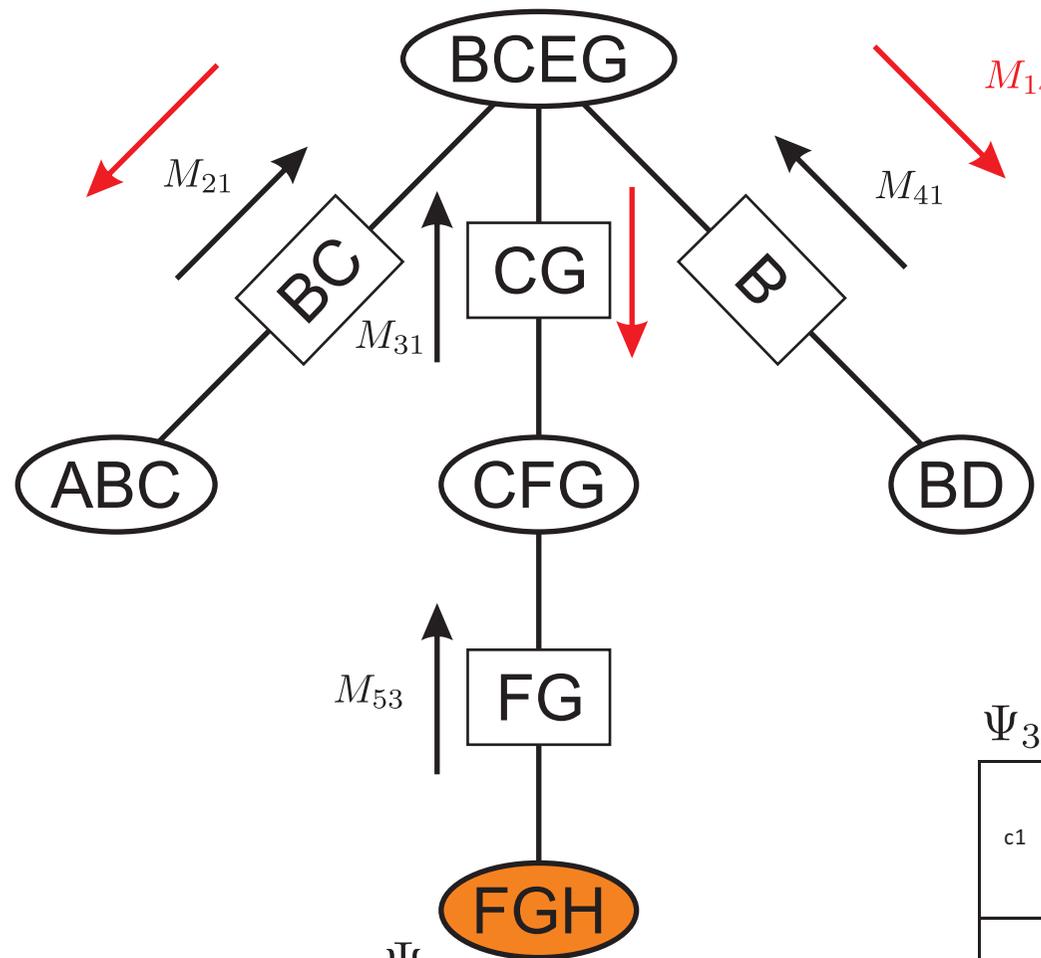
|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0   |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0   |

Evidence H=h1

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |

$$M_{12} = \begin{pmatrix} b_{1,c1} & b_{1,c2} & b_{2,c1} & b_{2,c2} \\ 0.527, & 0.434, & 0.512, & 0.464 \end{pmatrix}$$



$$M_{14} = \begin{pmatrix} b_1 & b_2 \\ 0.075, & 0.409 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$M_{13} = \begin{pmatrix} c_{1,g1} & c_{1,g2} & c_{2,g1} & c_{2,g2} \\ 0.254, & 0.206, & 0.290, & 0.250 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0   |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0   |

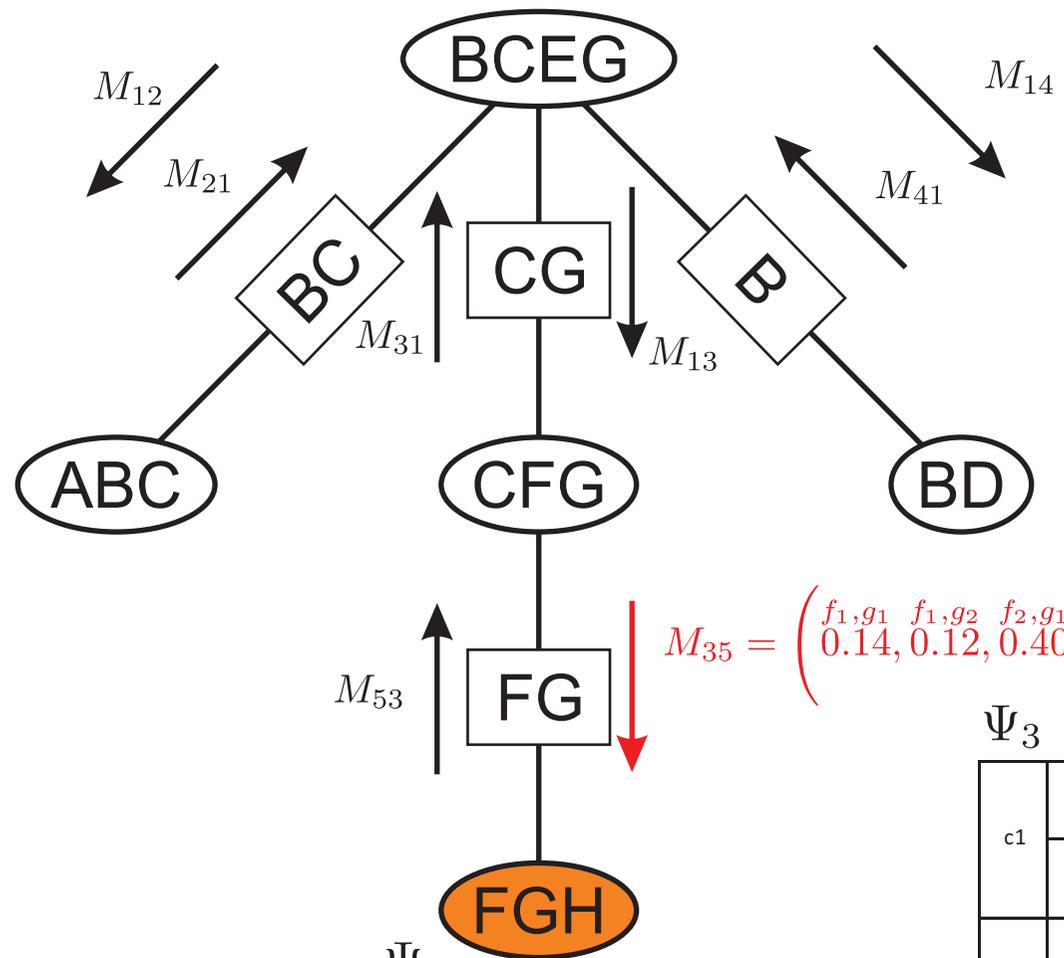
$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

Evidence H=h1

$$\Psi_1$$

|    |    |    |    |       |
|----|----|----|----|-------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 |
|    |    |    | g2 | 0,010 |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 |
|    |    |    | g2 | 0,480 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 |
|    |    |    | g2 | 0,020 |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 |
|    |    |    | g2 | 0,360 |
| b2 | c1 | e1 | g1 | 0,210 |
|    |    |    | g2 | 0,090 |
|    |    | e2 | g1 | 0,350 |
|    |    |    | g2 | 0,350 |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,070 |
|    |    |    | g2 | 0,030 |
|    |    | e2 | g1 | 0,450 |
|    |    |    | g2 | 0,450 |



$$\Psi_4$$

|    |    |     |
|----|----|-----|
| b1 | d1 | 0,4 |
|    | d2 | 0,6 |
| b2 | d1 | 0,7 |
|    | d2 | 0,3 |

$$\Psi_2$$

|    |    |    |       |
|----|----|----|-------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 |
|    |    | c2 | 0,084 |
|    | b2 | c1 | 0,144 |
|    |    | c2 | 0,336 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 |
|    |    | c2 | 0,012 |
|    | b2 | c1 | 0,252 |
|    |    | c2 | 0,108 |

$$M_{35} = \begin{pmatrix} f_{1,g_1} & f_{1,g_2} & f_{2,g_1} & f_{2,g_2} \\ 0,14 & 0,12 & 0,40 & 0,33 \end{pmatrix}$$

$$\Psi_3$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 |
|    |    | g2 | 0,1 |
|    | f2 | g1 | 0,9 |
|    |    | g2 | 0,9 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 |
|    |    | g2 | 0,4 |
|    | f2 | g1 | 0,6 |
|    |    | g2 | 0,6 |

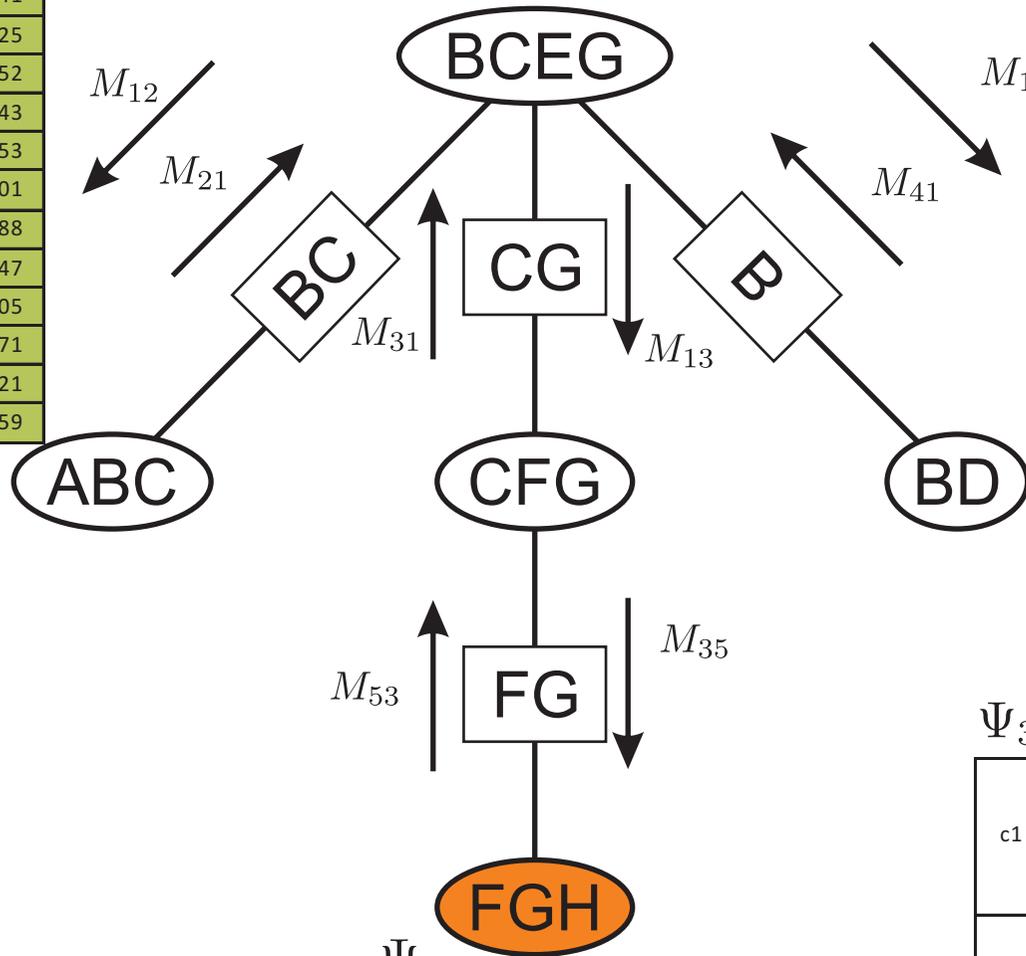
$$\Psi_5$$

|    |    |    |     |
|----|----|----|-----|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,5 |
|    |    | h2 | 0   |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 |
|    |    | h2 | 0   |
|    | g2 | h1 | 0,7 |
|    |    | h2 | 0   |

$\Psi_1$ 

|    |    |    |    |       |        |       |        |
|----|----|----|----|-------|--------|-------|--------|
| b1 | c1 | e1 | g1 | 0,190 | 0,0095 |       |        |
|    |    |    | g2 | 0,010 | 0,0009 |       |        |
|    |    | e2 | g1 | 0,320 | 0,0161 |       |        |
|    |    |    | g2 | 0,480 | 0,0431 |       |        |
|    | c2 | e1 | g1 | 0,380 | 0,0241 |       |        |
|    |    |    | g2 | 0,020 | 0,0025 |       |        |
|    |    | e2 | g1 | 0,240 | 0,0152 |       |        |
|    |    |    | g2 | 0,360 | 0,0443 |       |        |
|    |    | b2 | c1 | e1    | g1     | 0,210 | 0,0653 |
|    |    |    |    |       | g2     | 0,090 | 0,0501 |
| e2 | g1 |    |    | 0,350 | 0,1088 |       |        |
|    | g2 |    |    | 0,350 | 0,1947 |       |        |
| c2 | e1 |    | g1 | 0,070 | 0,0205 |       |        |
|    |    |    | g2 | 0,030 | 0,0171 |       |        |
|    | e2 |    | g1 | 0,450 | 0,1321 |       |        |
|    |    |    | g2 | 0,450 | 0,2559 |       |        |

|    |        |        |        |        |        |        |        |        |
|----|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|    | A      | B      | C      | D      | E      | F      | G      | H      |
| x1 | 0,5888 | 0,1557 | 0,4884 | 0,6533 | 0,1899 | 0,1828 | 0,3916 | 1,0000 |
| x2 | 0,4112 | 0,8443 | 0,5116 | 0,3467 | 0,8101 | 0,8172 | 0,6084 | 0,0000 |


 $\Psi_4$ 

|    |    |     |        |
|----|----|-----|--------|
| b1 | d1 | 0,4 | 0,0623 |
|    | d2 | 0,6 | 0,0934 |
| b2 | d1 | 0,7 | 0,5910 |
|    | d2 | 0,3 | 0,2533 |

 $\Psi_2$ 

|    |    |    |       |        |
|----|----|----|-------|--------|
| a1 | b1 | c1 | 0,036 | 0,0392 |
|    |    | c2 | 0,084 | 0,0753 |
|    | b2 | c1 | 0,144 | 0,1523 |
|    |    | c2 | 0,336 | 0,3220 |
| a2 | b1 | c1 | 0,028 | 0,0305 |
|    |    | c2 | 0,012 | 0,0108 |
|    | b2 | c1 | 0,252 | 0,2665 |
|    |    | c2 | 0,108 | 0,1035 |

 $\Psi_3$ 

|    |    |    |     |        |
|----|----|----|-----|--------|
| c1 | f1 | g1 | 0,1 | 0,0105 |
|    |    | g2 | 0,1 | 0,0212 |
|    | f2 | g1 | 0,9 | 0,1892 |
|    |    | g2 | 0,9 | 0,2675 |
| c2 | f1 | g1 | 0,4 | 0,0480 |
|    |    | g2 | 0,4 | 0,1031 |
|    | f2 | g1 | 0,6 | 0,1440 |
|    |    | g2 | 0,6 | 0,2165 |

 $\Psi_5$ 

|    |    |    |     |        |
|----|----|----|-----|--------|
| f1 | g1 | h1 | 0,2 | 0,0585 |
|    |    | h2 | 0   | 0      |
|    | g2 | h1 | 0,5 | 0,1243 |
|    |    | h2 | 0   | 0      |
| f2 | g1 | h1 | 0,4 | 0,3331 |
|    |    | h2 | 0   | 0      |
|    | g2 | h1 | 0,7 | 0,4841 |
|    |    | h2 | 0   | 0      |

\* normalized to 1