

## 11. Übungsblatt

### Aufgabe 40 Vapnik-Chervonenkis-Dimension

- Informieren Sie sich über die Vapnik-Chervonenkis-Dimension (VC-Dimension). Was besagt diese Größe und warum spielt sie für das Erlernen einer Funktion aus Datenpunkte (z.B. durch ein neuronales Netz) eine Rolle?
- Wie groß ist die VC-Dimension einer Hyperebene im Raum  $\mathbb{R}^n$ ? Verdeutlichen Sie Ihre Überlegungen mit Beispielen für  $n = 2$ .
- Zeigen Sie, dass die Menge der Funktionen  $\{I(\sin(\alpha x) > 0)\}$  die folgenden Punkte im eindimensionalen Raum für beliebige  $l$  trennen kann:

$$z_1 = 10^{-1}, \dots, z_l = 10^{-l}.$$

Das heißt, zeigen Sie, dass die VC-Dimension dieser Klasse von Funktionen unendlich ist.

### Aufgabe 41 Optimaler Hyperebenenklassifikator

- Zeigen Sie, dass für zwei linear-trennbare Klassen von Punkten im Raum  $\mathbb{R}^n$  die Maximierung des Abstandes zw. diesen Klassen (engl. *margin*) identisch ist mit der Minimierung der Norm  $\|w\|$  des Normalenvektors  $w$  der Trennebenen  $\{x \in \mathbb{R}^n : x^T w - b = 0\}$ .
- Wie kann dieses Minimierungsproblem angepasst werden, um auch sich überlappende Klassen voneinander zu trennen?

### Aufgabe 42 Kernel-Trick

- Informieren Sie sich über den sogenannten Kernel-Trick. Was besagt er und wo kommt er zum Einsatz?
- Wie kann das Optimierungsproblem einer linearen SVM angepasst werden, um auch nicht-lineare Lösungen zu finden?

### Aufgabe 43 Support-Vektor-Maschine

- Zeigen Sie, dass eine Support-Vector-Maschinen (SVM) mit Gauß-Kern die gleiche Funktion berechnet wie ein RBF-Netz.
- Zeigen Sie, dass eine SVM mit Sigmoid-Kern einem MLP mit einer versteckten Schicht und einem Ausgabeneuron entspricht.