

1. Übungsblatt

Aufgabe 1 Vektoren und Winkel

Berechnen Sie den Betrag des Vektors sowie die Winkel zwischen Vektor und Koordinatenachsen:

- a) $\mathbf{a} = (6, -2, -3)$,
- b) $\mathbf{b} = (-2, 11, -10)$,
- c) $\mathbf{c} = \overline{AB}$ mit $A(1, -2, -3)$ und $B(4, 2, 9)$.

Aufgabe 2 Punkte auf einer Ebene

Eine Ebene durch den Punkt P mit dem Ortsvektor \mathbf{c} , die senkrecht zum Vektor \mathbf{n} verläuft, hat die Gleichung $(\mathbf{r} - \mathbf{r}_0)^T \mathbf{n} = 0$. Gegeben sind $\mathbf{r}_0 = (1, -1, 2)$ und $\mathbf{n} = (1, 2, -3)$. Welche der folgenden Punkte liegen in der Ebene? $P_1(-2, -1, 1)$, $P_2(1, -1, 2)$, $P_3(2, -2, 1)$

Aufgabe 3 Abstand eines Punktes von einer Ebene

Ermitteln Sie eine Formel zur Berechnung des Abstandes eines Punktes P mit dem Ortsvektor \mathbf{c} von einer Ebene $(\mathbf{r} - \mathbf{a})^T \mathbf{b} = 0$. Berechnen Sie mit dieser Formel den Abstand für folgendes Zahlenbeispiel: $\mathbf{a} = (-1, -1, -1)$, $\mathbf{b} = (4, -2, 3)$, $\mathbf{c} = (3, 14, -6)$.

Aufgabe 4 Hesse'sche Normalform

Bringen Sie folgende Lineargleichungen auf die Hesse'sche Normalform $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_0 - d = 0$:

- a) $3x - 4y - 20 = 0$,
- b) $x + y + 3 = 0$,
- c) $y = mx + n$ mit $n < 0$.

Aufgabe 5 Abstände zu Geraden

- a) Welchen Abstand hat der Ursprung von der Geraden $12x - 5y + 39 = 0$?
- b) Welchen Abstand hat $P_1(4, 3)$ von der Geraden, welche die Koordinatenachsen bei $x = \frac{10}{3}$ und $y = 2.5$ schneidet?
- c) Welchen Abstand haben die Parallelen $2x - 3y = 6$ und $4x - 6y = 25$ voneinander?

Aufgabe 6 Ebenengleichung

Welche Ebene durch $\mathbf{r}_0 = (-3, 0, 2)$ ist senkrecht zur Geraden $\mathbf{r} = (-1, -2, 0) + t(1, 1, -1)$ für $t \in \mathbb{R}$?

Aufgabe 7 Gradientenverfahren

Suchen Sie das Minimum der Funktion $f(x_1, x_2) = 2x_1^2 - 2x_1 + x_2^2 - x_2$ mithilfe des Gradientenverfahrens. Nutzen Sie die Anfangsnäherung $(x_1, x_2) = (0, 0)$ und die Schrittweite $\gamma = 0.2$.