

# 1. PNK-Übungsblatt

Hinweis: Verwenden Sie in den folgenden Aufgaben stets die Hesse'sche Normalenform

$$\mathbf{x} \cdot \mathbf{w}_0 - d = 0,$$

um eine Hyperebene darzustellen. Hierbei ist  $\mathbf{x}$  ein Punkt auf der Hyperebenen,  $\mathbf{w}_0$  der Normalenvektor der Hyperebene und der Betrag von  $d$  der Abstand der Hyperebene zum Koordinatenursprung.

## Aufgabe 1 Vektoren und Winkel

Berechnen Sie den Betrag des Vektors sowie die Winkel zwischen Vektor und Koordinatenachsen:

- a)  $\mathbf{b} = (-2, 11, -10)$ ,
- b)  $\mathbf{c} = \overline{AB}$  mit  $A(1, -2, -3)$  und  $B(4, 2, 9)$ .

## Aufgabe 2 Hesse'sche Normalform

Bringen Sie folgende Lineargleichungen auf die Hesse'sche Normalform  $\mathbf{r} \cdot \mathbf{n}_0 - d = 0$ :

- a)  $-2x + 3y + 0.5 = 0$ ,
- b)  $y = mx + n$  mit  $n > 0$ .

## Aufgabe 3 Abstände zu Geraden

- a) Welchen Abstand hat  $P_1(4, 3)$  von der Geraden, welche die Koordinatenachsen bei  $x = \frac{10}{3}$  und  $y = 2.5$  schneidet?
- b) Welchen Abstand haben die Parallelen  $2x - 3y = 6$  und  $4x - 6y = 25$  voneinander?

## Aufgabe 4 Gradientenverfahren

Suchen Sie das Minimum der Funktion  $f(x_1, x_2, x_3) = -3x_1^3 + 0.5x_2 + 1.5x_3^2 + 1.5x_2^2 + 10$  mithilfe des Gradientenverfahrens. Nutzen Sie die Anfangsnäherung  $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 1)$  und die Schrittweite  $\gamma = 0.2$ .

### Aufgabe 5      Boole'sche Ausdrücke

Vereinfachen Sie die folgenden Boole'schen Ausdrücke.

- |  |  |
|--|--|
| a) $\neg\neg\neg p$                                | f) $\neg(\neg p \vee \neg q)$                  |
| b) $(p \vee \neg q \vee \neg p) \rightarrow q$     | g) $\neg(\neg p \wedge \neg q)$                |
| c) $(p \wedge \neg q \wedge \neg p) \rightarrow q$ | h) $\neg p \rightarrow q$                      |
| d) $(p \vee q) \wedge (r \wedge q)$                | i) $\neg p \rightarrow \neg q$                 |
| e) $(p \wedge q) \vee (r \vee q)$                  | j) $\neg(p \wedge q) \rightarrow (p \wedge q)$ |

### Aufgabe 6      Disjunktive Normalform

Konstruieren Sie die disjunktive Normalform der folgenden Boole'schen Ausdrücke.

- a)  $p \wedge (q \vee r)$
- b)  $(p \vee \neg q \vee \neg r) \wedge (s \vee \neg t)$
- c)  $(p \vee \neg q) \wedge (\neg r \vee \neg s \vee t) \wedge (u \wedge \neg v)$

### Aufgabe 7      Konjunktive Normalform

Konstruieren Sie die konjunktive Normalform der folgenden Boole'schen Ausdrücke.

- a)  $p \vee (\neg q \wedge \neg r)$
- b)  $(p \wedge (\neg q \vee \neg r)) \vee (s \vee \neg t)$
- c)  $(p \vee \neg q) \vee ((\neg r \vee \neg s \vee t) \wedge (u \vee \neg v))$