

# Selbstorganisierende Karten

(engl. Self-Organizing Maps (SOMs))

# Selbstorganisierende Karten

Eine **selbstorganisierende Karte** oder **Kohonen-Merkmalsskarte** ist ein neuronales Netz mit einem Graphen  $G = (U, C)$  das folgende Bedingungen erfüllt:

- (i)  $U_{\text{hidden}} = \emptyset, U_{\text{in}} \cap U_{\text{out}} = \emptyset,$
- (ii)  $C = U_{\text{in}} \times U_{\text{out}}.$

Die Netzeingabefunktion jedes Ausgabeneurons ist eine **Abstandsfunktion** zwischen Eingabe- und Gewichtsvektor. Die Aktivierungsfunktion jedes Ausgabeneurons ist eine **radiale Funktion**, d.h. eine monoton fallende Funktion

$$f : \mathbb{R}_0^+ \rightarrow [0, 1] \quad \text{with} \quad f(0) = 1 \quad \text{and} \quad \lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 0.$$

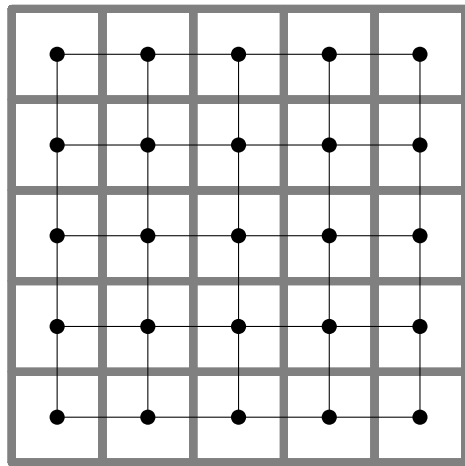
Die Ausgabefunktion jedes Ausgabeneurons ist die Identität.

Die Ausgabe wird oft per “**winner takes all**”-Prinzip diskretisiert.

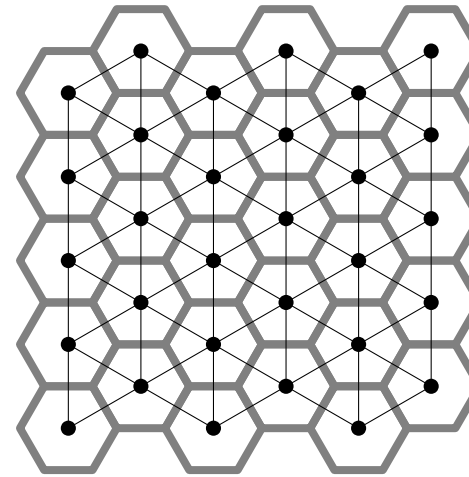
Auf den Ausgabeneuronen ist eine **Nachbarschaftsbeziehung** definiert:

$$d_{\text{neurons}} : U_{\text{out}} \times U_{\text{out}} \rightarrow \mathbb{R}_0^+ .$$

## Nachbarschaft der Ausgabeneuronen: Neuronen bilden ein Gitter



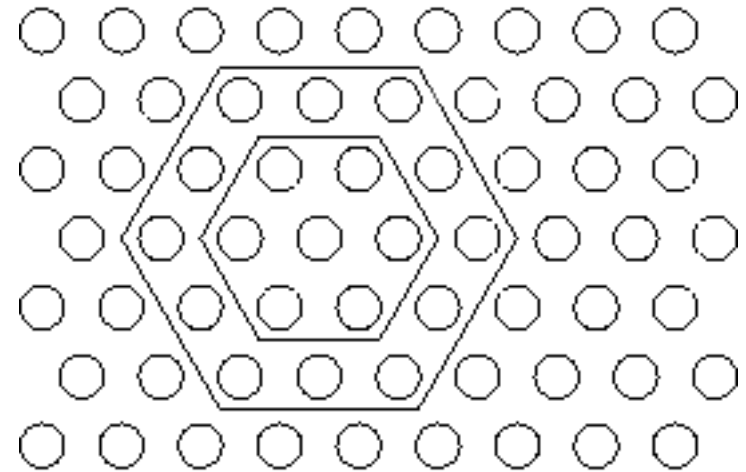
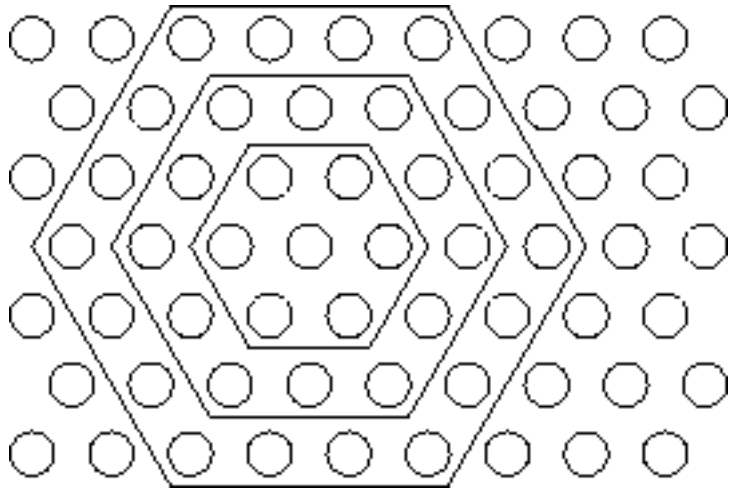
quadratisches Gitter



hexagonales Gitter

- Dünne schwarze Linien: Zeigen nächste Nachbarn eines Neurons.
- Dicke graue Linien: Zeigen Regionen, die einem Neuron zugewiesen sind.

## Nachbarschaft des Gewinnerneurons

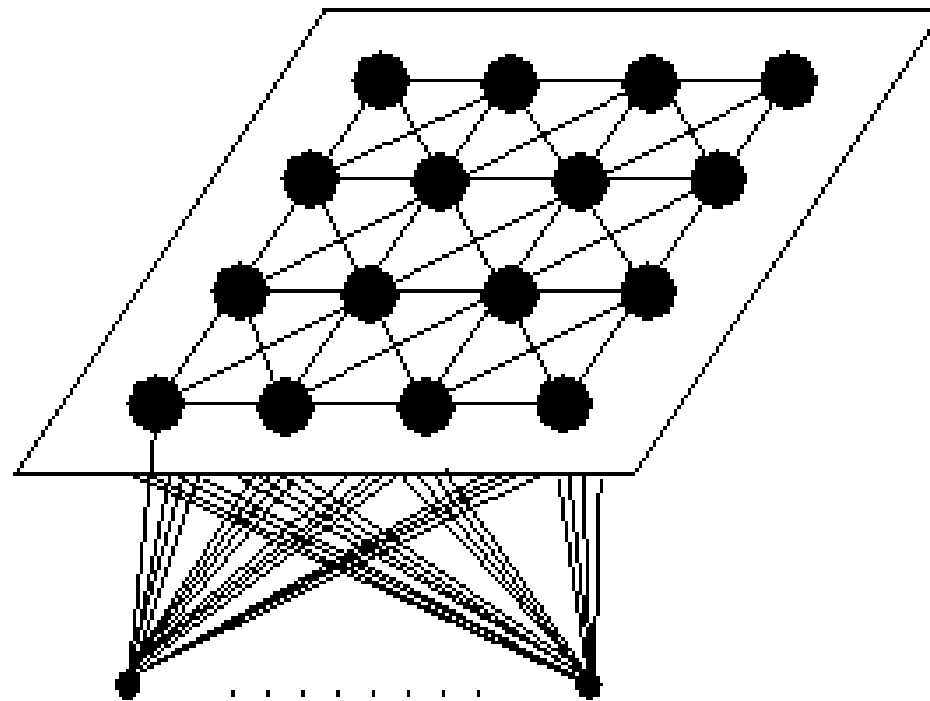


Der Nachbarschaftsradius wird im Laufe des Lernens kleiner.

# Selbstorganisierende Karten: Struktur

Die “Karte” stellt die Ausgabeneuronen mit deren Nachbarschaften dar.

Ausgabeneuronen mit Nachbarschaften



Eingabeneuronen

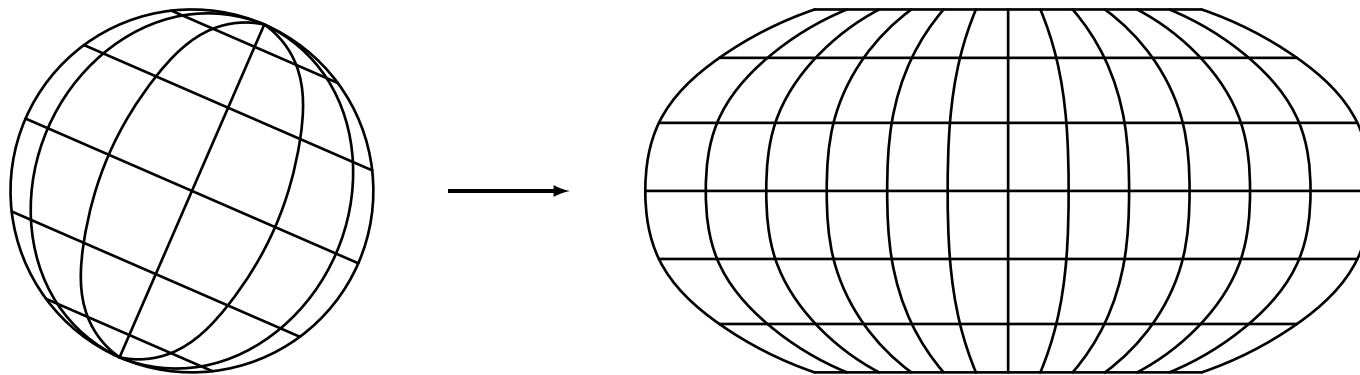
## Ablauf des SOM-Lernens

1. Initialisierung der Gewichtsvektoren der Karte
2. zufällige Wahl des Eingabevektors aus der Trainingsmenge
3. Bestimmung des Gewinnerneurons über Abstandsfunktion
4. Bestimmung des zeitabhängigen Radius und der im Radius liegenden Nachbarschaftsneuronen des Gewinners
5. Zeitabhängige Anpassung dieser Nachbarschaftsneuronen, weiter bei 2.

# Topologieerhaltende Abbildung

Abbildungen von Punkten, die im Originalraum nah beieinander sind, sollen im Bildraum ebenfalls nah beieinander sein.

Beispiel: **Robinson-Projektion** der Oberfläche einer Kugel



- Die Robinson-Projektion wird häufig für Weltkarten genutzt.
- → eine SOM realisiert eine topologieerhaltende Abbildung.

# Selbstorganisierende Karten: Nachbarschaft

## Finde topologieerhaltende Abbildung durch Beachtung der Nachbarschaft

Anpassungsregel für Referenzvektor:

$$\mathbf{r}_u^{(\text{new})} = \mathbf{r}_u^{(\text{old})} + \eta(t) \cdot f_{\text{nb}}(d_{\text{neurons}}(u, u_*), \varrho(t)) \cdot (\mathbf{x} - \mathbf{r}_u^{(\text{old})}),$$

- $u_*$  ist das Gewinnerneuron (Referenzvektor am nächsten zum Datenpunkt).
- Die Funktion  $f_{\text{nb}}$  ist eine radiale Funktion.

Zeitabhängige Lernrate

$$\eta(t) = \eta_0 \alpha_\eta^t, \quad 0 < \alpha_\eta < 1, \quad \text{or} \quad \eta(t) = \eta_0 t^{\kappa_\eta}, \quad \kappa_\eta > 0.$$

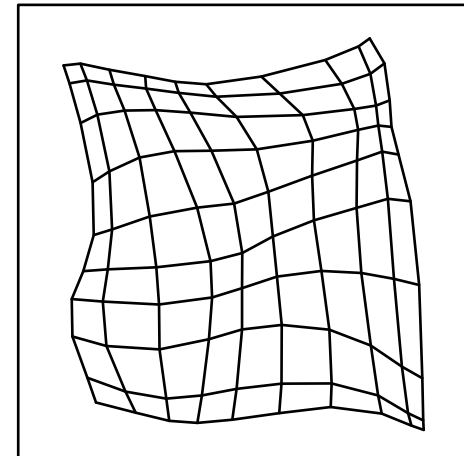
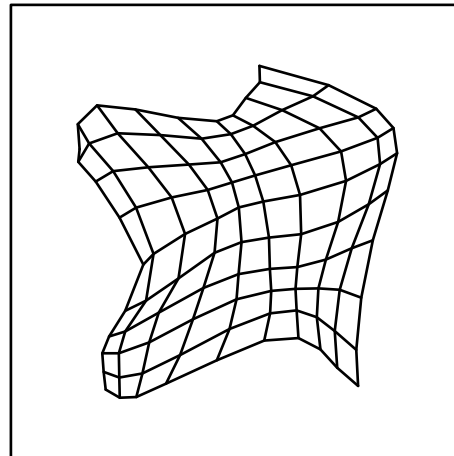
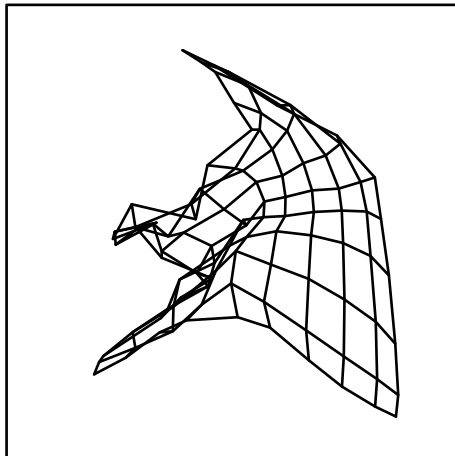
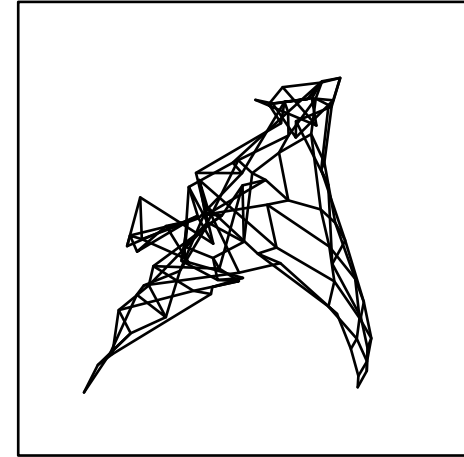
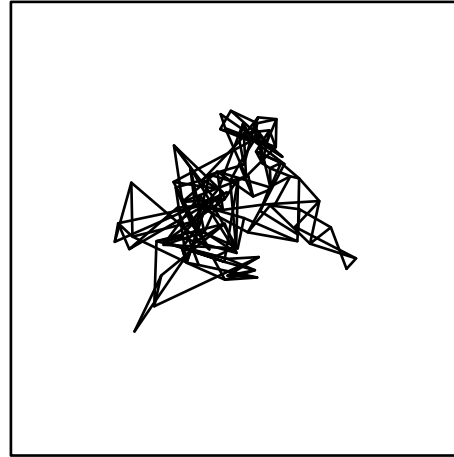
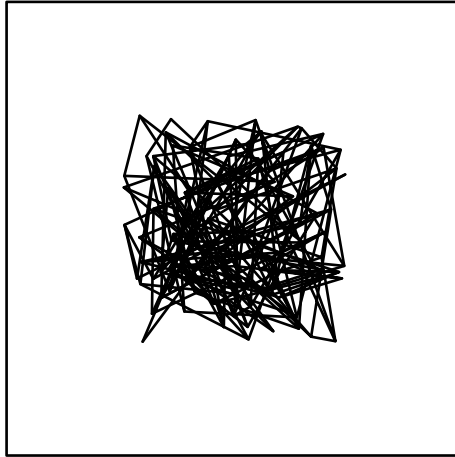
Zeitabhängiger Nachbarschaftsradius

$$\varrho(t) = \varrho_0 \alpha_\varrho^t, \quad 0 < \alpha_\varrho < 1, \quad \text{or} \quad \varrho(t) = \varrho_0 t^{\kappa_\varrho}, \quad \kappa_\varrho > 0.$$



# Selbstorganisierende Karten: Beispiele

**Beispiel:** Entfalten einer zweidimensionalen SOM



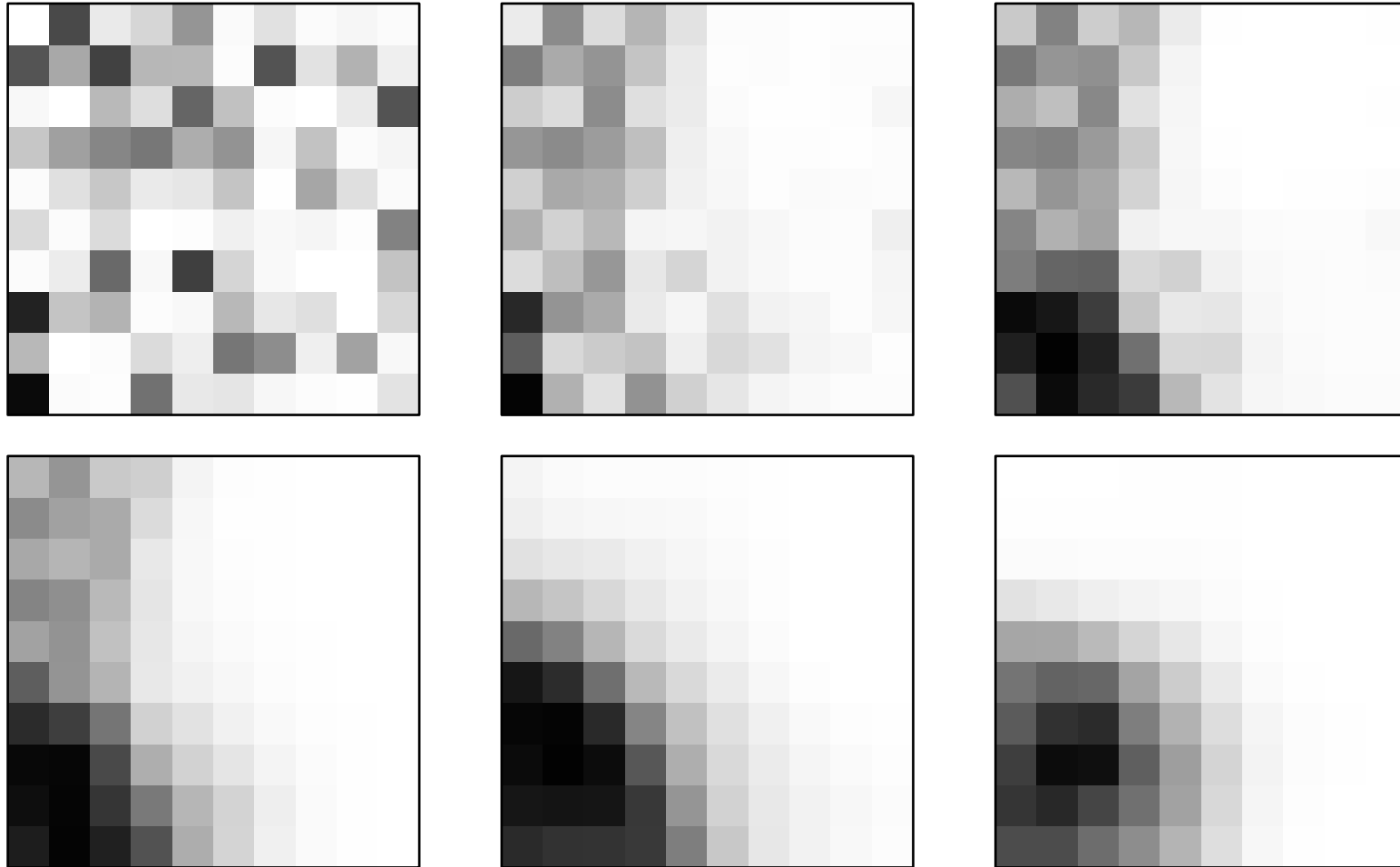
# Selbstorganisierende Karten: Beispiele

**Beispiel:** Entfalten einer zweidimensionalen SOM (Erläuterungen)

- Entfaltung einer 10x10-Karte, die mit zufälligen Mustern aus  $[-1, 1] \times [-1, 1]$  trainiert wird
- Initialisierung mit Referenzvektoren aus  $[-0.5, 0.5]$
- Linien verbinden direkte Nachbarn (Gitter/Grid)
- Lernrate  $\eta(t) = 0.6 * t$
- Gaußsche Nachbarschaftsfunktion  $f_{nb}$
- Radius  $\rho(t) = 2.5 * t^{-0.1}$

# Selbstorganisierende Karten: Beispiele

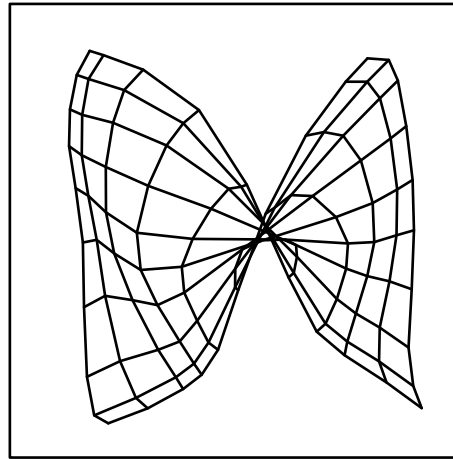
**Beispiel:** Entfalten einer zweidimensionalen SOM



Einfärbungen der Trainingsstufen der SOM von der vorherigen Folie für das Eingabemuster  $(-0.5, -0.5)$  unter Verwendung einer Gaußschen Aktivierungsfunktion.

# Selbstorganisierende Karten: Beispiele

**Beispiel:** Entfalten einer zweidimensionalen SOM

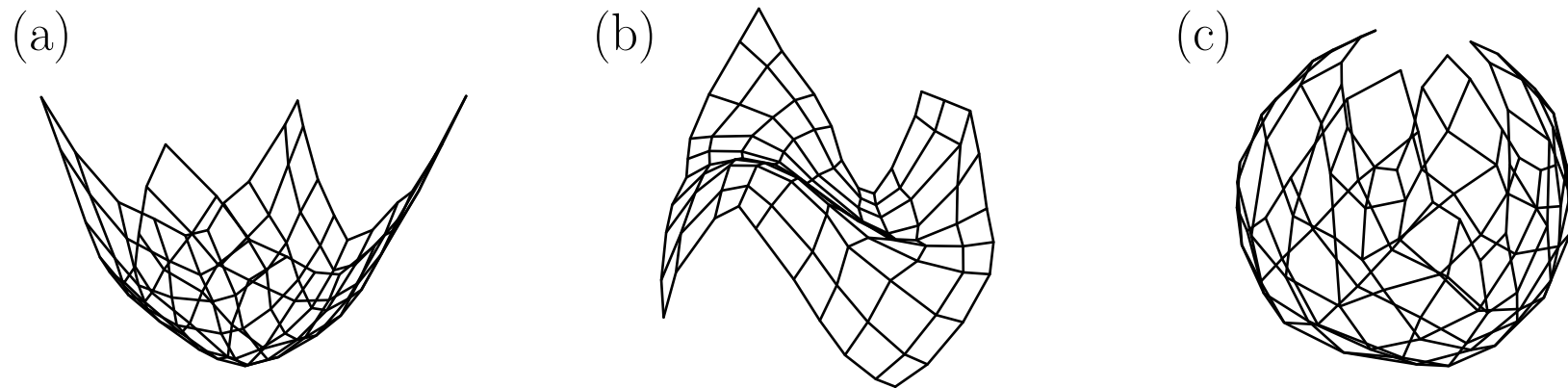


Das Trainieren einer SOM kann u.a. fehlschlagen, falls

- die Initialisierung ungünstig ist oder
- die (anfängliche) Lernrate zu klein gewählt ist oder
- die (anfängliche) Nachbarschaft zu klein gewählt ist.

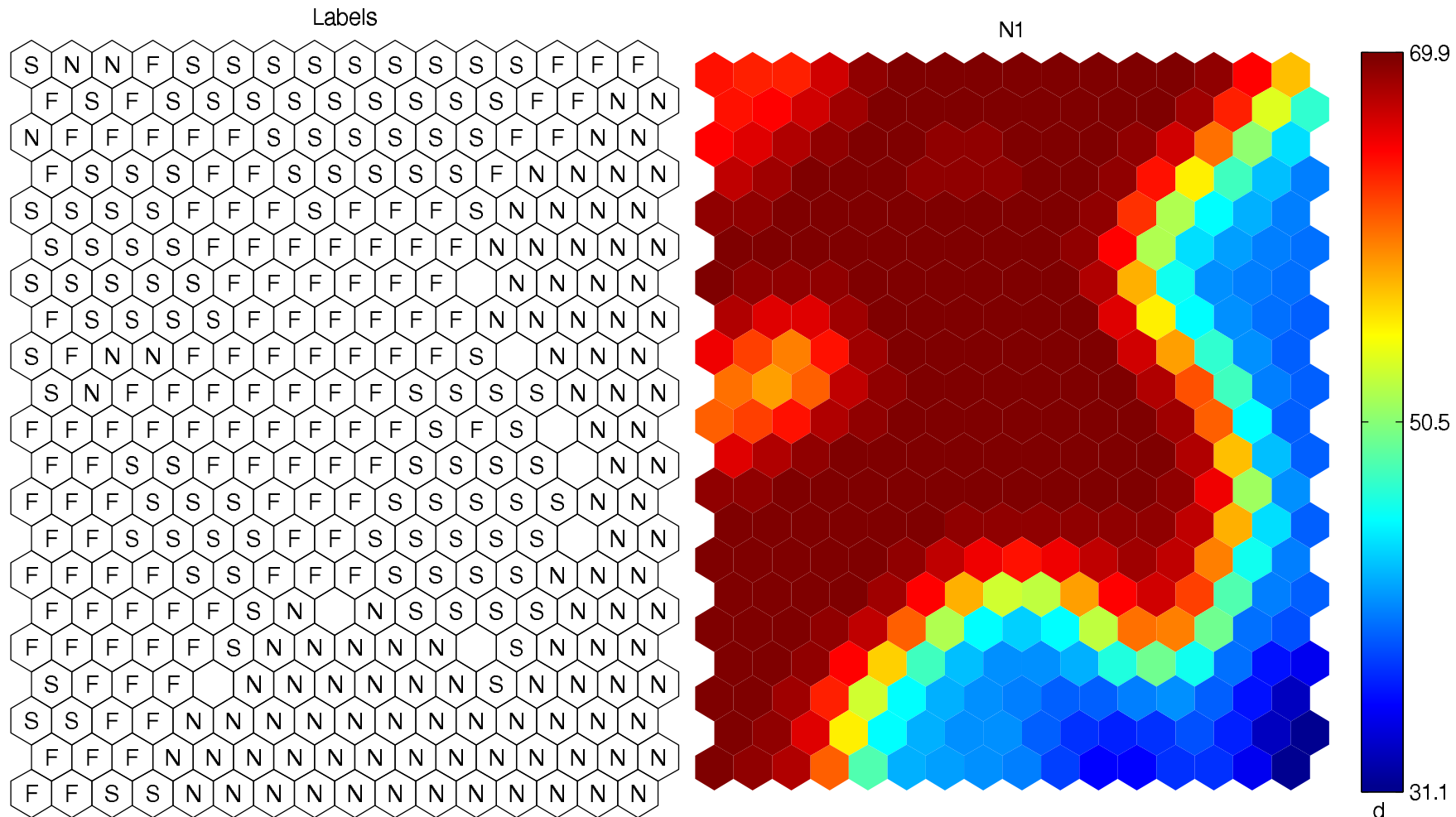
# Selbstorganisierende Karten: Beispiele

**Beispiel:** Entfalten einer zweidimensionalen SOM, Dimensionsreduktion



- Als Lernstichprobe werden zufällige Punkte der Oberfläche einer Rotationsparabel (bzw. kubische Funktion, Kugel) gewählt, also drei Eingabeneuronen ( $x, y, z$ -Koordinaten).
- Eine Karte mit  $10 \times 10$  Ausgabeneuronen wird trainiert.
- Die 3D-Referenzvektoren der Ausgabeneuronen (mit Gitter) werden dargestellt.
- Wegen 2D-Fläche (gekrümmt) klappt die Anpassung sehr gut.
- In diesen Fällen haben Originalraum und Bildraum unterschiedliche Dimensionen.
- Selbstorganisierende Karten können zur Dimensionsreduktion genutzt werden.

# SOM, Beispiel Clustering von Feldbearbeitungsstrategien



Links: selbstorganisierende Karte mit eingezeichneten Klassenlabels

Rechts: eine der zum Lernen der Karte verwendeten Variablen mit Farbskala, dargestellt auf der gelernten Karte

# SOM, Phonemkarte des Finnischen

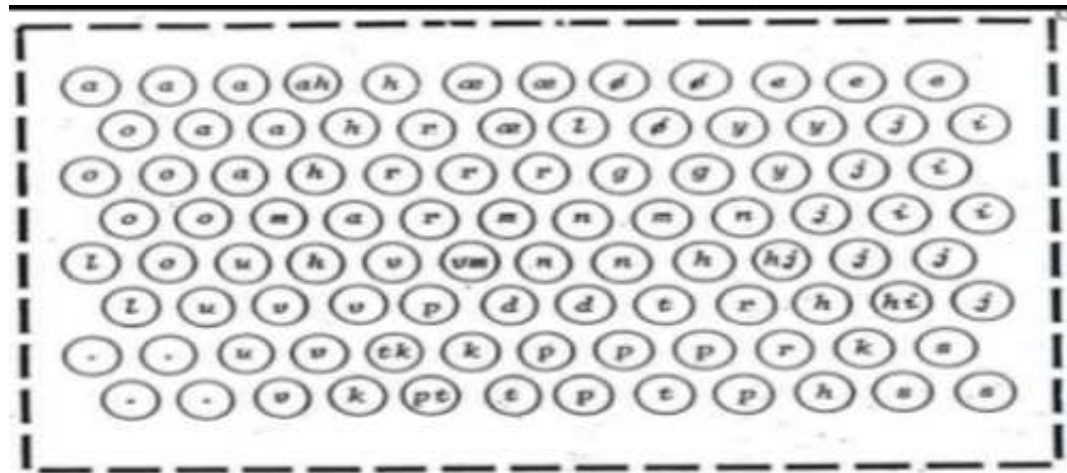


Abb. 2.6.7 Phonemkarte des Finnischen (nach [KOH88])

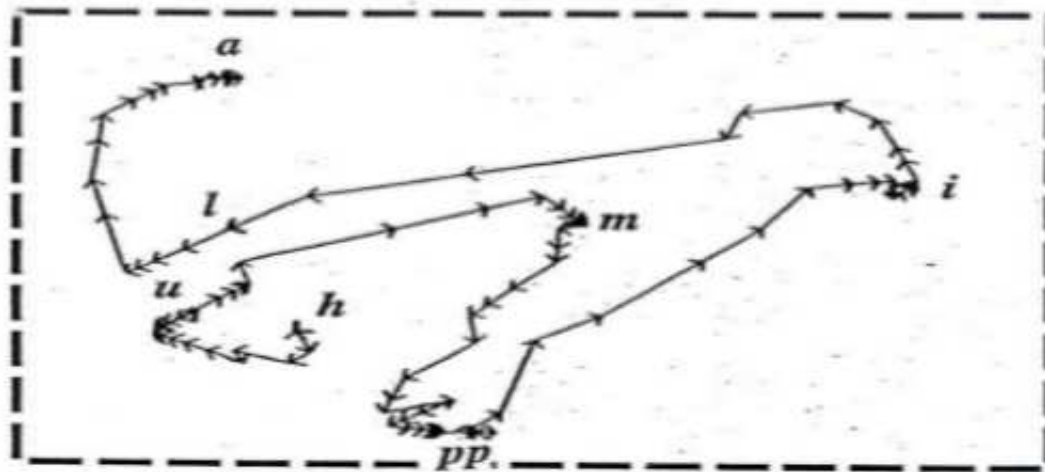
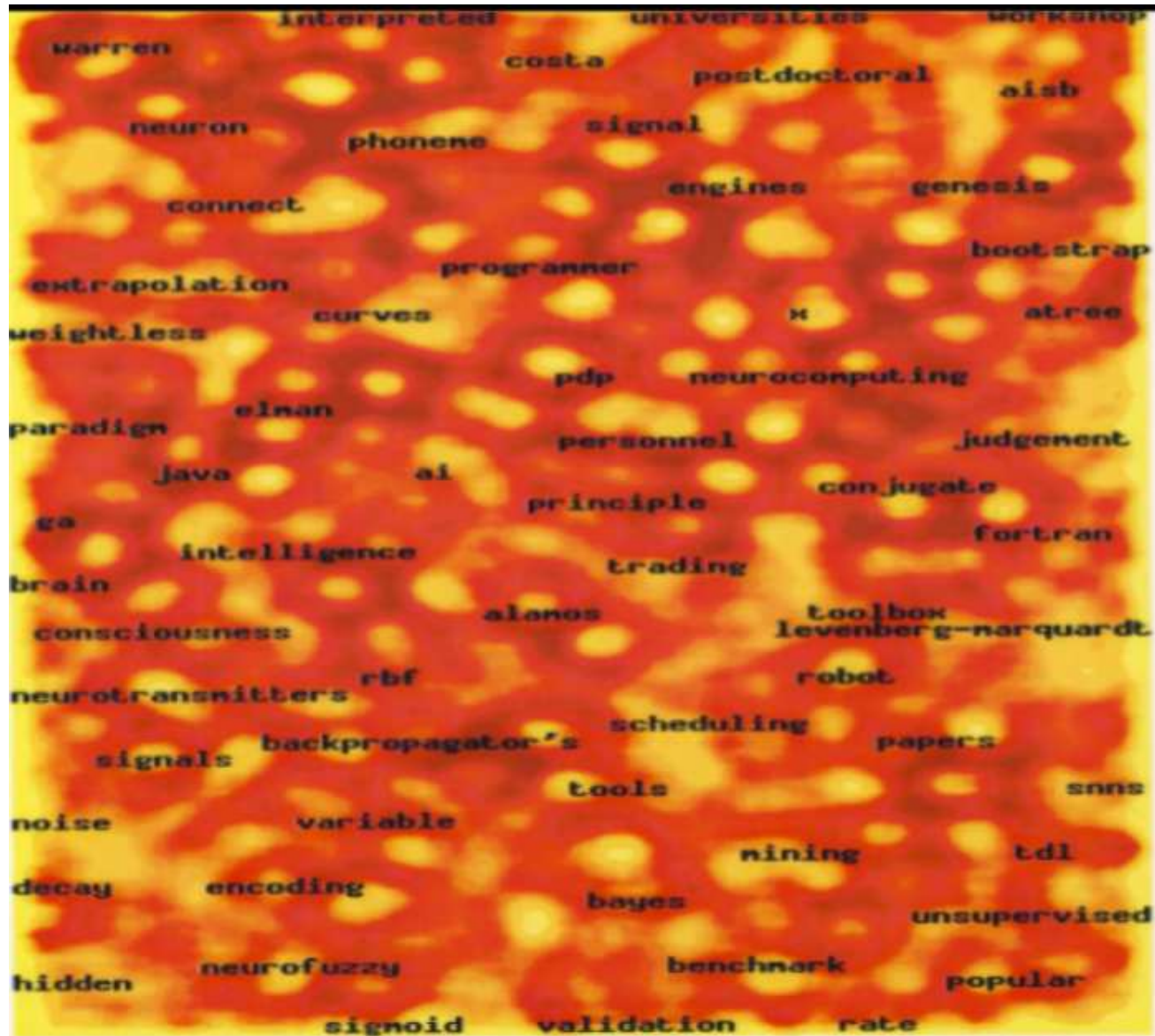


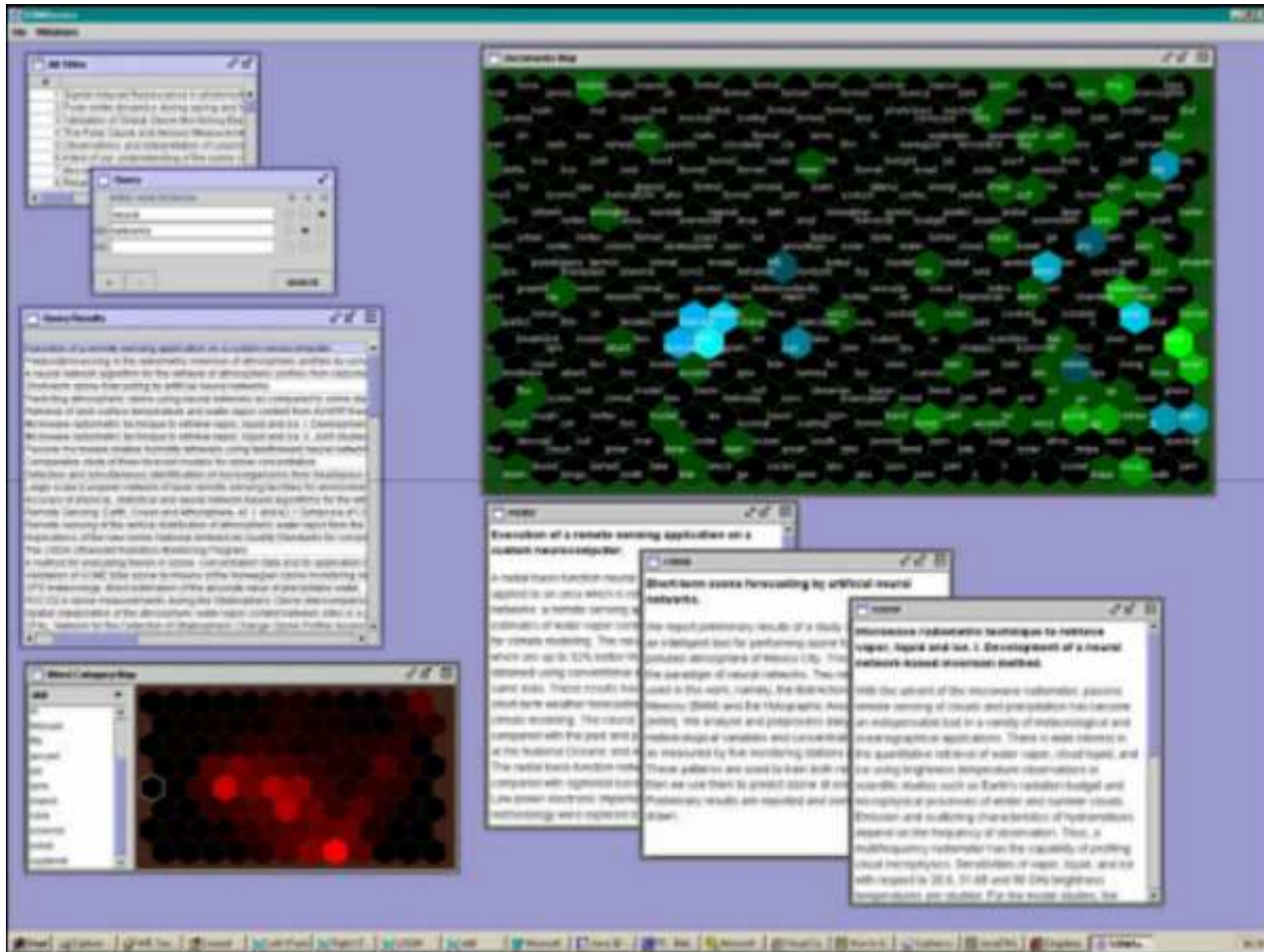
Abb. 2.6.8 Phonemsequenz für /humppila/ (nach [KOH88])

# SOM, Websom





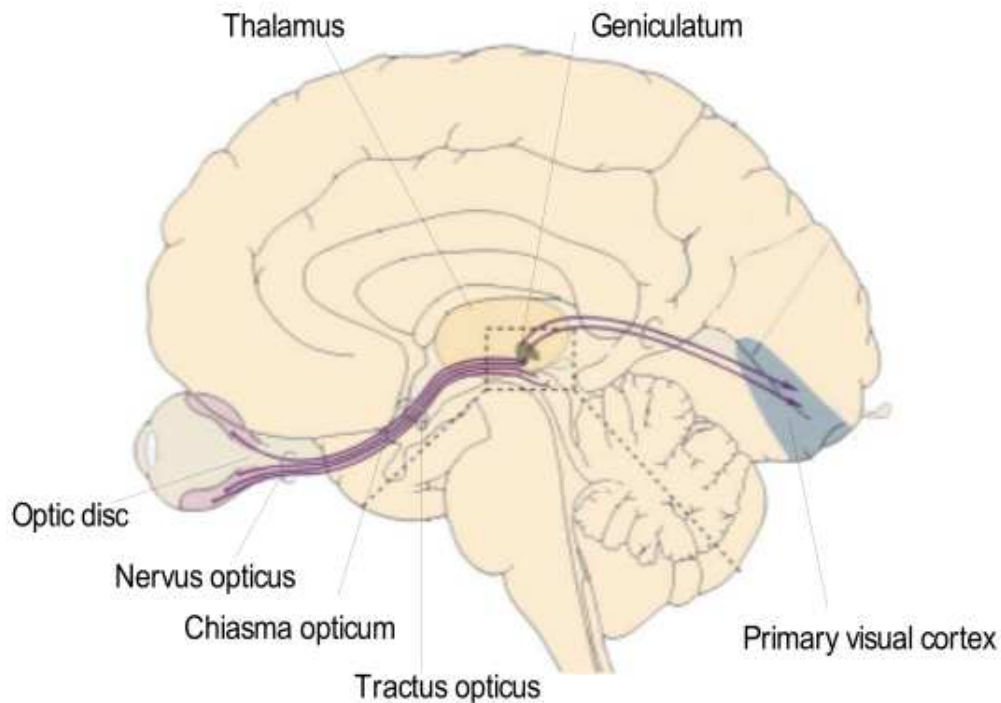
# SOM, Websom



# SOM, MusicMiner



## Gesichtsfeldausfall



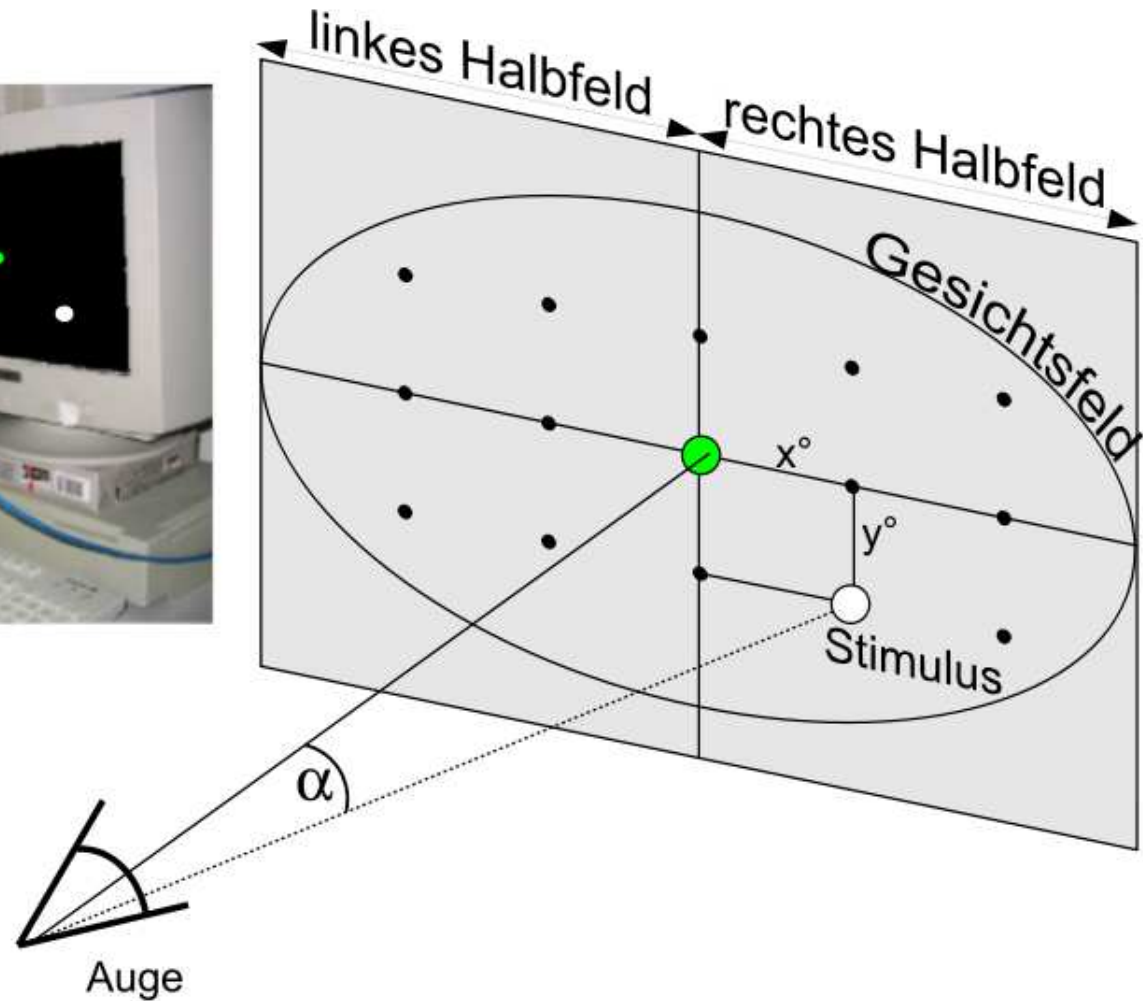
E.Kandel, J. Schwartz, T. Jessell: Neurowissenschaften, 1996.



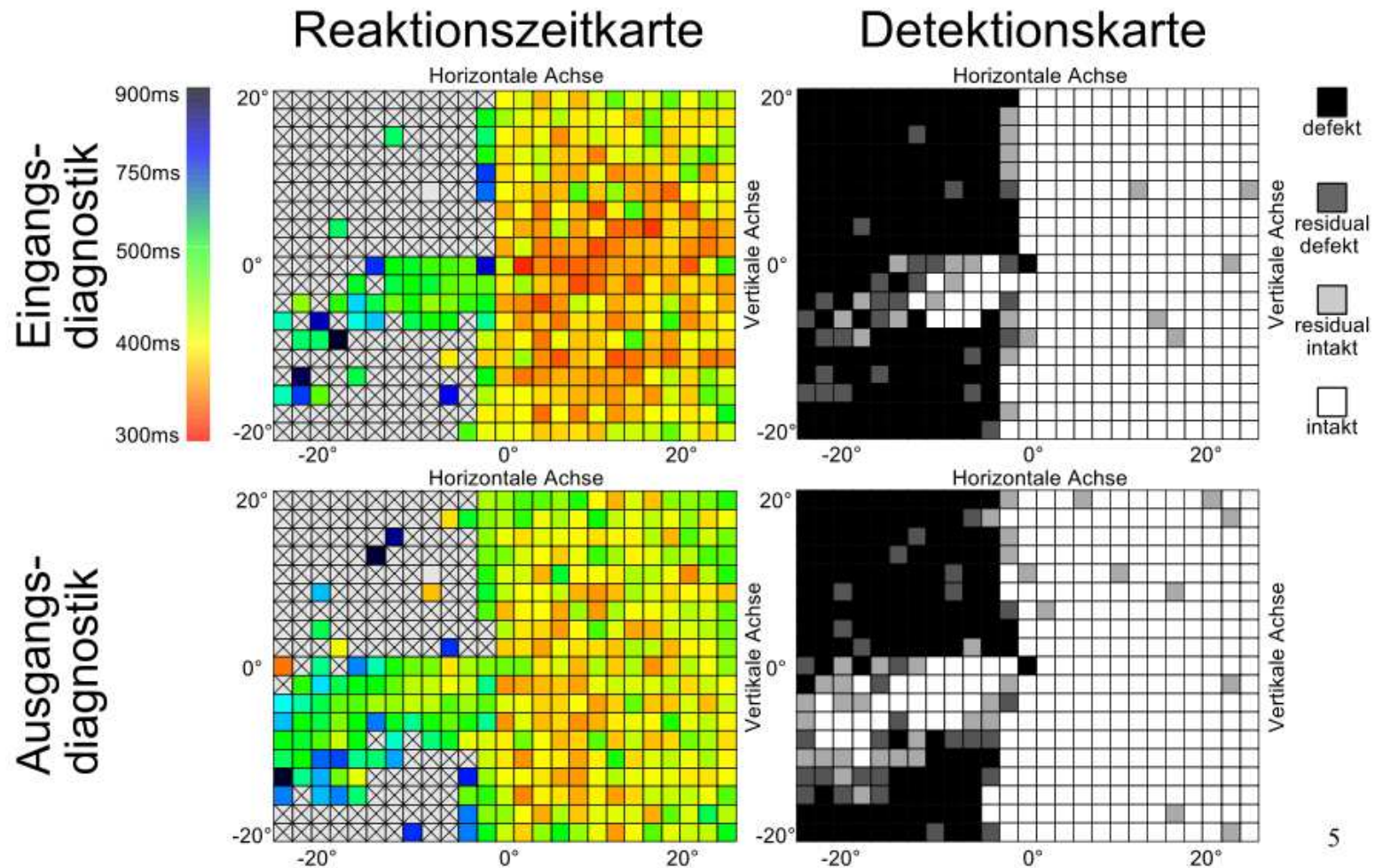
### Visuelle Restitutionstherapie (6 Monate à 1h pro Tag)

E. Kasten, S. Wuest, W. Behrens-Baumann, and B. A. Sabel.  
Computerbased training for the treatment of partial blindness.  
Nat Med, 4(9):1083-7, 1998.

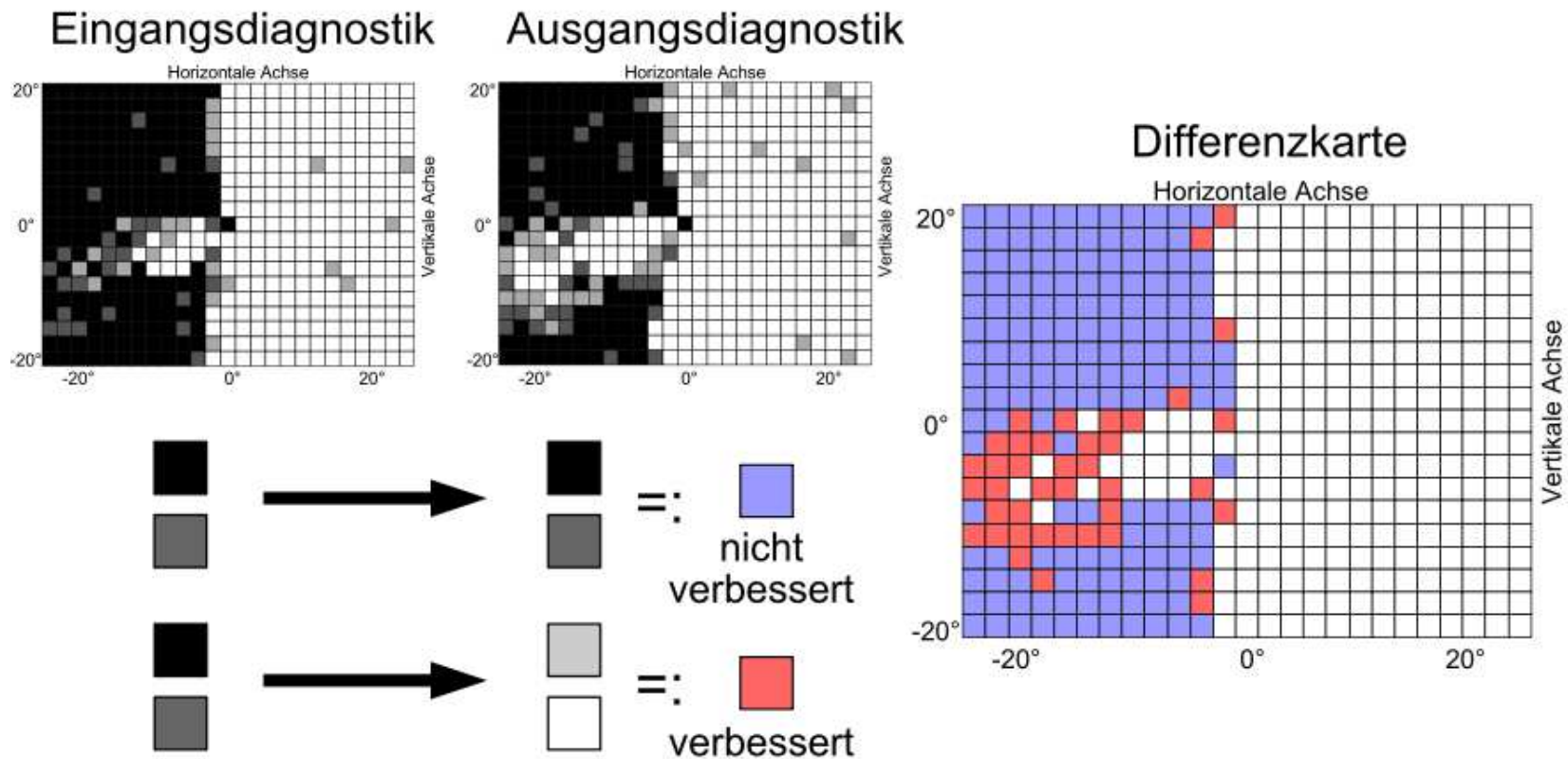
# Gesichtsfelddiagnostik



## Diagnostikkarten

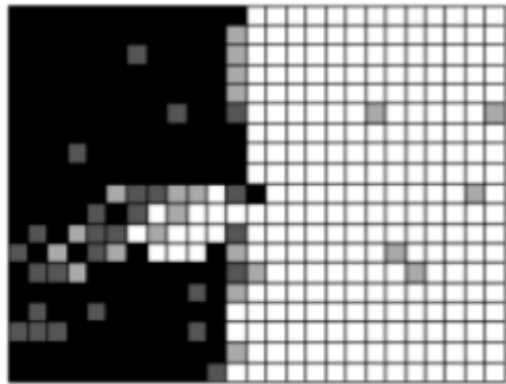


## Verbesserte und nicht verbesserte Positionen

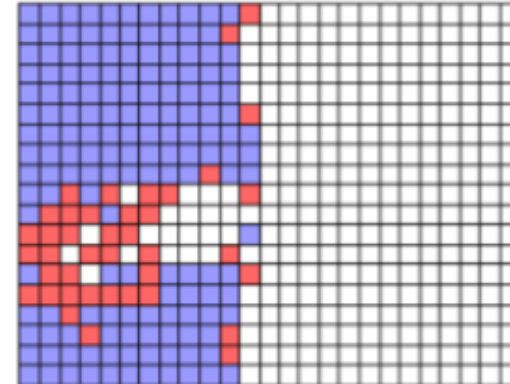


## Ziel der Arbeit

Eingangs-  
diagnostik



Verbesserungs-  
vorhersage



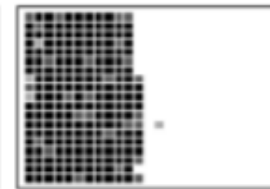
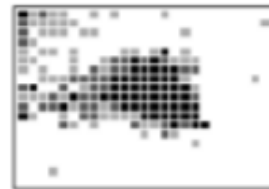
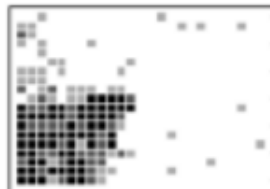
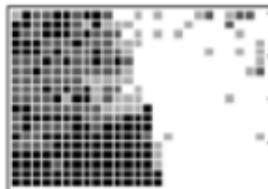
P1

P2

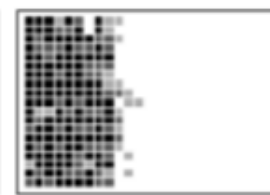
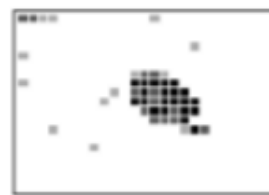
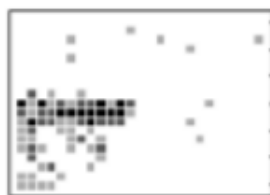
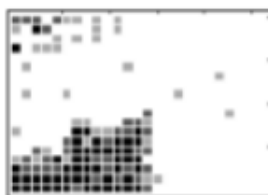
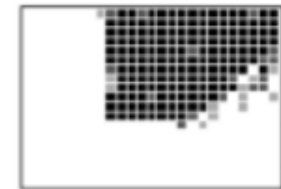
P3

P4

P50



...



...

