



Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung  
Computational Intelligence  
Prof. Dr. R. Kruse, C. Moewes

Magdeburg, den 7. Februar 2013

### Klausur zur Vorlesung „Fuzzy-Systeme“

Name, Vorname:	Fakultät:	Studiengang:	Matrikelnr.:
Prüfungsart: <input type="checkbox"/> regulär, 1./2. Versuch <input type="checkbox"/> unbenoteter Schein <input type="checkbox"/> benoteter Schein	Unterschrift der Aufsicht:		#Blätter:

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Aufgabe 6	Summe
/5	/5	/10	/10	/10	/10+1	/50+1

#### Aufgabe 1 Dualität von $t$ -Norm und $t$ -Konorm (5 Punkte, ca. 10 min)

Zeigen Sie dass die folgenden Paare von  $t$ -Normen  $\top$  und  $t$ -Konormen  $\perp$  dual sind bezogen auf die Standard-Fuzzy-Negation  $\sim a = 1 - a$ :

- a)  $\top_{\min}(a, b) = \min\{a, b\}$  and  $\perp_{\max}(a, b) = \max\{a, b\}$   
 b)  $\top_{\text{prod}}(a, b) = a \cdot b$  and  $\perp_{\text{sum}}(a, b) = a + b - ab$

*Hinweis:* Eine  $t$ -Norm  $\top$  und eine  $t$ -Konorm  $\perp$  heißen dual bezüglich einer Negation  $\sim$  genau dann, wenn die Fuzzy-Analogien der De Morgan'schen Gesetze erfüllt sind.

#### Aufgabe 2 Idempotenz (5 Punkte, ca. 10 min)

Beweisen Sie das folgende Theorem:

**Satz:** Die Fuzzy-Konjunction  $\top_{\min}(a, b) = \min\{a, b\}$  ist die einzige idempotente  $t$ -Norm.

*Hinweis:* Eine  $t$ -Norm  $\top$  heißt idempotent genau dann, wenn  $\forall a \in [0, 1] : \top(a, a) = a$ .

#### Aufgabe 3 $\alpha$ -Schnitt (10 Punkte, ca. 20 min)

Bestimmen Sie die Mengenrepräsentation von

$$\mu : \mathbb{R} \rightarrow [0, 1], \quad \mu(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{1}{2} & \text{falls } -1 \leq x \leq 1 \\ 2 - x & \text{falls } 1 \leq x \leq 2 \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Berechnen und skizzieren Sie auch die Reziprokwert von  $\mu$ .

**Aufgabe 4      Extensionsprinzip      (10 Punkte, ca. 20 min)**

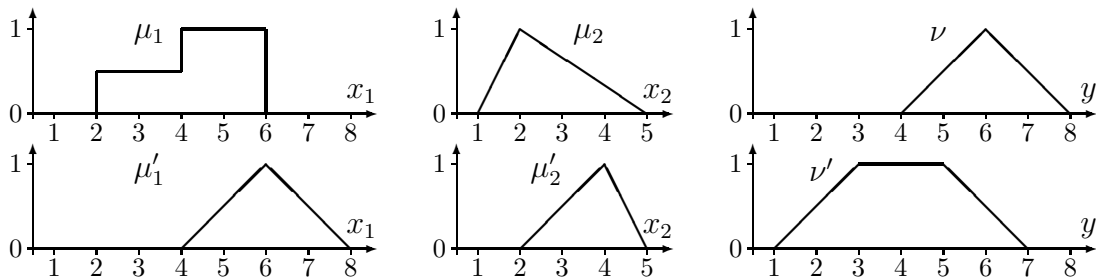
Seien  $\phi : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $\phi(a, b) = \max\{a, b\}$  und  $\mu_1 : \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$ ,  $\mu_2 : \mathbb{N} \rightarrow [0, 1]$  mit

$$\begin{aligned} \mu_1(1) = 1, & \quad \mu_1(2) = 0.5, & \quad \mu_1(3) = 0.2, & \quad \mu_1(4) = 0.1, & \quad \mu_1(n) = 0, & \quad \text{für } n \geq 5, \\ \mu_2(1) = 0.1, & \quad \mu_2(2) = 0.4, & \quad \mu_2(3) = 0.9, & \quad \mu_2(n) = 0, & & \quad \text{für } n \geq 4. \end{aligned}$$

Bestimmen Sie  $\hat{\phi}(\mu_1, \mu_2)$  anhand des Extensionsprinzips.

**Aufgabe 5      Mamdani-Assilian-Regelung      (10 Punkte, ca. 20 min)**

Es seien die folgenden Fuzzy-Mengen und Fuzzy-Regeln gegeben:



$$\begin{aligned} R_1 : & \text{ wenn } x_1 \text{ ist } \mu_1 \text{ und } x_2 \text{ ist } \mu_2 \text{ dann } y \text{ ist } \nu \\ R_2 : & \text{ wenn } x_1 \text{ ist } \mu'_1 \text{ und } x_2 \text{ ist } \mu'_2 \text{ dann } y \text{ ist } \nu' \end{aligned}$$

- a) Ausgehend von diesen Fuzzy-Mengen und Fuzzy-Regeln, welche Ausgabe  $\mu_{\text{Ausgabe}}$  gibt der Mamdani-Assilian-Regler zurück für das Eingabetupel  $(5, 2.5)$ ?
- b) Welche scharfen Ausgabewerte werden (näherungsweise) durch Defuzzifikation der Ausgabemenge mittels *Mean of Maxima*-Methode und *Center of Gravity*-Methode erreicht?

**Aufgabe 6      Automatische Abstandskontrolle      (10 + 1 Punkte, ca. 20 min)**

Konzipieren Sie einen Mamdani-Assilian-Regler für die Bedienung eines unbemannten Fahrzeugs in einer sich bewegenden Fahrzeugkolonne. Ziel ist es, einen Sicherheitsabstand zum vorausfahrenden Fahrzeug einzuhalten, welcher der halben Tachoanzeige in Metern entspricht. Dies kann durch die Stellung des Gaspedals und durch die Stellung des Bremspedals erfolgen. Das Fahrzeug verfügt über eine Sensorausstattung, mit der die Distanz zum vorausfahrenden Fahrzeug und die gegenwärtige Längsgeschwindigkeit bestimmt werden können. Aus Einfachheit halber nehmen wir an, dass die Kolonne sich lediglich geradeaus ohne Kurven vorwärts bewegt.

- a) Definieren Sie linguistische Variablen zur Beschreibung der benötigten Größen, indem Sie jeweils sinnvolle Fuzzy-Mengen wählen. Stellen Sie jede linguistische Variable skizzenhaft dar.
- b) Wählen Sie geeignete Operationen zur Berechnung der Regelaktivierungen und Kombination der Ausgaben gleichzeitig aktiver Regeln sowie eine sinnvolle Defuzzifizierungsmethode.
- c) Geben Sie eine Menge von Regeln an, die zur Steuerung des Fahrzeugs geeignet erscheinen.  
*Zusatz:* Welche Bedingungen sollten hinsichtlich der Stellgrößen eingehalten werden?