Institut für Wissens- und Sprachverarbeitung
Computational Intelligence
Prof. Dr. R. Kruse, C. Moewes

Magdeburg, den 9. Februar 2012

Klausur zur Vorlesung „Fuzzy-Systeme“

<table>
<tr><td>Name, Vorname:</td><td>Fakultät:</td><td>Studiengang:</td><td>Matrikelnr.:</td></tr>
<tr><td>Prüfungsart: ☐ 1./2. Versuch
☐ unbenoteter Schein
☐ benoteter Schein</td><td colspan="2">Unterschrift der Aufsicht:</td><td>#Blätter:</td></tr>
</table>

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Aufgabe 5	Summe
/11	/5+1	/16	/10+1	/8	/50+2

Aufgabe 1 Generatorfunktionen (11 Punkte, ca. 25 Minuten)

Eine Möglichkeit, t-Normen, t-Konormen und Fuzzy-Negationen zu bestimmen, ist das Konzept der Generatorfunktionen. Eine wachsende Generatorfunktion ist eine stetige und streng monoton wachsende Funktion $g : [0, 1] \to \mathbb{R}$ mit $g(0) = 0$. Es sei g^{-1} die Inverse von g. Die Pseudo-Inverse von g sei definiert als

$$g^{(-1)}(a) = \begin{cases} 0 & \text{falls } a < 0, \\ g^{-1}(a) & \text{falls } 0 \le a \le g(1), \\ 1 & \text{falls } a > g(1). \end{cases}$$

Mithilfe einer solchen Generatorfunktion kann eine involutive Fuzzy-Negation berechnet werden durch

$$\sim a = g^{-1}(g(1) - g(a)),$$

eine archimedische t-Norm durch

$$\top(a, b) = g^{(-1)}(g(a) + g(b) - g(1)),$$

und eine archimedische t-Konorm durch

$$\perp(a, b) = g^{(-1)}(g(a) + g(b)).$$

Betrachten sie die wachsende Generatorfunktion

$$g(a) = \frac{2a^2}{3}$$

und bestimmen Sie das durch diese Funktion induzierte Tripel von Fuzzy-Negation, t-Norm und t-Konorm.

Aufgabe 2 Fuzzy-Relationalgleichungen (5 + 1 Punkte, ca. 10 Minuten)

Seien $X = \{a, b\}$ und $Y = \{p, q, r\}$. Betrachten Sie die unten gegebenen Fuzzy-Mengen μ_1, μ_2, μ_3 definiert auf X und ν_1, ν_2, ν_3 definiert auf Y.

	a	b
μ_1	0.0	0.3
μ_2	0.6	0.4
μ_3	0.8	1.0

	p	q	r
ν_1	0.2	0.7	0.6
ν_2	0.3	0.5	0.6
ν_3	0.3	0.7	0.8

a) Finden Sie die größte Lösung des Systems der drei Fuzzy-Relationalgleichungen $\mu_i \circ \varrho = \nu_i$ für $i = 1, 2, 3$.

b) *Zusatz:* Finden Sie eine kleinste Lösung dieses Systems.

Aufgabe 3 Fuzzy-Arithmetik (16 Punkte, ca. 40 Minuten)

Betrachten Sie die folgenden Fuzzy-Zahlen:

$$\mu_1(x) = \begin{cases} 1 + x & \text{falls } -1 \leq x \leq 0, \\ 1 - x & \text{falls } 0 \leq x \leq 1, \\ 0 & \text{sonst,} \end{cases}$$

$$\mu_2(x) = \begin{cases} x & \text{falls } 0 \leq x \leq 1, \\ 2 - x & \text{falls } 1 \leq x \leq 2, \\ 0 & \text{sonst.} \end{cases}$$

Bestimmen Sie $\mu_1 + \mu_2$, $\mu_1 - \mu_2$, und $\mu_1 \cdot \mu_2$ anhand der Mengenrepräsentation von μ_1, μ_2.

Hinweis: Beim Berechnen der Umkehrfunktion einer quadratischen Funktion $f(x) = ax^2 + bx + c$ hilft es, die Scheitelpunktform $f(x) = a(x - h)^2 + k$ zu nutzen, wobei (h, k) der Scheitelpunkt ist.

Aufgabe 4 Mamdani-Assilian-Regelung (10 + 1 Punkte, ca. 25 Minuten)

Konzipieren Sie einen Mamdani-Assilian-Regler für die Bedienung eines unbemannten Heißluftballons. Ziel ist es, den Ballon auf konstanter Höhe zu halten. Dies kann durch die Stellung eines Auslassventils und durch die Regelung der Flamme erfolgen. Der Ballon verfügt über eine Sensorausstattung, mit der die (vorzeichenbehaftete) Abweichung von der Sollflughöhe und die gegenwärtige Vertikalgeschwindigkeit bestimmt werden können.

a) Definieren Sie linguistische Variablen zur Beschreibung der benötigten Größen, indem Sie jeweils sinnvolle Fuzzy-Mengen wählen. Stellen Sie jede linguistische Variable skizzenhaft dar.

b) Wählen Sie geeignete Operationen zur Berechnung der Regelaktivierungen und Kombination der Ausgaben gleichzeitig aktiver Regeln sowie eine sinnvolle Defuzzifizierungsmethode.

c) Geben Sie eine Menge von Regeln an, die zur Steuerung des Ballons geeignet erscheinen.

   Zusatz: Welche Bedingungen sollten hinsichtlich der Stellgrößen eingehalten werden?

Aufgabe 5 Regelung nach Takagi-Sugeno-Kang (8 Punkte, ca. 20 Minuten)

Geben Sie einen Regler des Takagi-Sugeno-Kang-Typs mit einer Eingabe und einer Ausgabe an, der für Eingaben aus dem Intervall $[0, 10]$ die unten dargestellte Funktion approximiert.