

11. Übungsblatt

(zum 22.06.2011)

Aufgabe 41 Evolutionsstrategien

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x, y) = \cos\left(\frac{1}{x^2 + \frac{1}{4\pi}}\right) - x^2 - y^2.$$

- Skizzieren Sie die Funktion f für $x \in [-2, +2]$ und $y = 0$!
- Geben Sie dann einen evolutionären Algorithmus zur Suche nach einer Eingabe (x, y) an, die den Wert von $f(x, y)$ maximiert. Hinweis: Wie lässt sich das Verhältnis zwischen Exploration des Suchraumes und Ausbeutung, also der Verfeinerung bereits gefundener Lösungen steuern?

Aufgabe 42 Maximierung boolescher Funktionen (Zusatz)

Implementieren Sie einen $(\mu + \lambda)$ -EA für die Maximierung von booleschen Funktionen $f : \{0, 1\}^n \rightarrow \mathbb{R}$, sodass μ , λ , die zu verwendeten Operatoren (Standardbitmutation, 1-Bit-Mutation, k -Punkt-Crossover, uniformes Crossover) leicht einzustellen und die Anzahl der zur Optimierung benötigten Funktionsauswertungen leicht auszulesen sind.

Erproben Sie Ihre Implementierung für die beiden Funktionen

$$f_1(\mathbf{x}) = \sum_{i=1}^n x_i \quad \text{und} \quad f_2 = \begin{cases} 2f_1(\mathbf{x}) & \text{falls } f_1 > 0, \\ 2n - 1 & \text{sonst,} \end{cases}$$

für $n \in \{5, 10, 20, 40, 80\}$ indem jeweils 100 Läufe durchgeführt werden, wobei $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_n)$ mit $x_i \in \{0, 1\}$, $1 \leq i \leq n$. Tragen Sie Median, Minimum, Maximum, unteres Quartil und oberes Quartil der benötigten Anzahl an Zielfunktionsauswertungen in einem Box-Plot über n auf. Nutzen Sie zum Plotten beispielsweise `gnuplot`.

Hinweise: Verwenden Sie verschiedenen Strategien, beispielsweise $(1 + 1)$, $(4 + 2)$, $(16 + 8)$, $(32 + 16)$. Jeder EA sollte beim Erreichen des Optimum bzw. nach maximal 10^3 Zielfunktionsauswertungen abbrechen.

Aufgabe 43 Turnierauswahl

In Aufgabe 39 konnte festgestellt werden, dass die Zahl der Fälle, in denen das Programm `qga` eine Lösung für das n -Damen-Problem findet, bei Erhöhen der Mutationswahrscheinlichkeit auf einen Wert größer-gleich 0.8 abrupt fällt (sehr deutlich für $n = 20$, kein Crossover). In dieser Aufgabe wollen wir nach einer Erklärung für dieses Phänomen suchen.

- a) Untersuchen Sie, welchen Einfluss die Schalter `-t#` (Turniergröße) und `-e` (Elitismus) auf die Zahl der Fälle haben, in denen eine Lösung gefunden wird!

(Zur Vereinfachung der Versuche steht auf der WWW-Seite zur Vorlesung ein Shellskript `qga.sh` bereit, mit dem das Programm `qga` mehrfach für verschiedene Mutationswahrscheinlichkeiten ausgeführt werden kann und das am Ende eine Statistik anzeigt: in der ersten Spalte steht die Mutationswahrscheinlichkeit, in der zweiten die Anzahl der Fälle, in denen eine Lösung gefunden wurde, in der dritten die Summe der Fitnesswerte der ausgegebenen Lösungskandidaten.)

- b) Wie kann man aus den bei diesen Versuchen gemachten Beobachtungen erklären, dass bei einer Mutationswahrscheinlichkeit größer-gleich 0.8 abrupt seltener Lösungen gefunden werden?

(Hinweise: Nimmt die Zahl der Fälle, in denen eine Lösung gefunden wird, immer bei einer Mutationswahrscheinlichkeit größer-gleich 0.8 ab? An wie vielen Turnieren nimmt ein Individuum im Durchschnitt teil? Welcher Prozentsatz der Nachkommen eines Individuums wird im Durchschnitt verändert? Wie groß sind die Turniere, wenn der Schalter `-t` nicht angegeben wird?)

Aufgabe 44 Iteriertes Gefangenendilemma

In der Vorlesung wurde das iterierte Gefangenendilemma besprochen, für das wir im weiteren Verlauf mithilfe eines evolutionären Algorithmus eine gute Strategie finden wollen. Die Auszahlungsmatrix aus der Vorlesung ist rechts noch einmal angegeben. C steht für „cooperate“, D für „defect“. In den Feldern der Matrix stehen die Auszahlungen für die beiden Spieler A und B.

A\B	C	D
C	3\3	0\5
D	5\0	1\1

Um uns über die Eigenschaften möglicher Strategien klarzuwerden, betrachten wir in dieser und den späteren Aufgaben einige spezielle, einfache Strategien und ihre Vor- und Nachteile. Wir untersuchen zunächst zwei Spieler, die ihren Zug zufällig wählen, also etwa mithilfe eines Münzwurfs. Berechnen Sie die zu erwartende Auszahlung für einen Spieler und die Varianz/Standardabweichung dieser Auszahlung!